

## Avancement d'une réaction chimique


### I. Introduction

Pour introduire la technique du tableau d'avancement et la notion d'avancement, on utilise une recette de cuisine : celle des crêpes !

#### 1. Problème

**Combien de crêpes peut-on fabriquer au maximum, avec les restes présents dans le garde-manger ?**

Données :

Il reste dans le garde-manger :	Recette pour 10 crêpes :	
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ 16 œufs</li><li>▪ 225 g de beurre</li><li>▪ 2,5 L de lait</li><li>▪ 580 g de farine</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ 3 œufs (Of)</li><li>▪ 30 g de beurre (Br)</li><li>▪ ¼ L de lait (Lt)</li><li>▪ 125 g de farine (Fa)</li></ul>	

#### 2. Modélisation de la transformation :

On modélise la fabrication des crêpes par une réaction chimique qui aurait une équation traduisant la recette des crêpes :



Dans le garde-manger, on ne dispose pas des proportions données par la recette. On ne pourra cependant pas fabriquer un nombre infini de crêpes. Imaginons qu'on fabrique les crêpes par série de 10.

La question sous jacente à notre problème sera donc de savoir combien de séries de crêpes on peut fabriquer. On appelle « x » ce nombre ; il permet de quantifier l'avancée de notre fabrication ; c'est ce qu'on appelle l'« avancement » de la transformation.

Le but est donc de déterminer  $x_{\max}$ , l'avancement maximal, soit le nombre de séries maximales qu'on peut fabriquer.

#### 3. Tableau d'avancement :

- On reporte dans la première ligne du tableau les quantités qu'on a dans le garde-manger (quantités qu'on a à disposition) ; à ce moment on a fabriqué aucune série de 10 crêpes, donc  $x=0$
- Dans la deuxième ligne du tableau, on commence par **indiquer qu'on a produit un nombre indéfini de séries de crêpes, soit « 10x »** (ce qui correspond à un avancement x de la fabrication). On indique dans les autres cases de la ligne quelles sont les quantités d'ingrédients qui restent alors :  
étant donné que pour fabriquer 10 crêpes, l'équation de la réaction indique qu'il faut 3 œufs, pour fabriquer 10x crêpes, il faut 3x œufs ; il reste alors  $(16 - 3x)$  œufs !  
**Même raisonnement pour le beurre, le lait, la farine.**
- Dans la dernière ligne, on recopie simplement la ligne précédente en remplacement x par  $x_{\max}$ , l'avancement maximal.

Modélisation de la recette	3 Of	+	30 Br	+	0,25 Lt	+	125 Fa	→	10 Cp
Quantité au départ (Ce qu'on a dans le garde-manger)	16		225		2,5		580		0
Quantité qui reste lorsque l'avancement est x	$16 - 3x$		$225 - 30x$		$2,5 - 0,25x$		$580 - 125x$		$10x$
Quantité restante à l'état final...	$16 - 3x_{max} = 2,08$		$225 - 30x_{max} = 85,8$		$2,5 - 0,25x_{max} = 1,34$		$580 - 125x_{max} = 0$		$10x_{max} = 46,4$

#### 4. Détermination de $x_{max}$ et réponse au problème

Quand la fabrication des crêpes s'arrête-t-elle ?

→ Lorsqu'un des ingrédients aura été consommé !

Ceci se traduit par une des équations suivantes :

$16 - 3x_{max} = 0$	$225 - 30x_{max} = 0$	$2,5 - 0,25x_{max} = 0$	$580 - 125x_{max} = 0$
---------------------	-----------------------	-------------------------	------------------------

Ce qui conduit aux valeurs suivantes de  $x_{max}$  :

$x_{max} = 16/3 = 5,3$	$x_{max} = 225/30 = 7,5$	$x_{max} = 10$	$x_{max} = 580/125 = 4,64$
------------------------	--------------------------	----------------	----------------------------

Laquelle de ces 4 valeurs doit-on retenir ?

→ La plus petite ! L'avancement est une grandeur qui augmente au cours de la transformation. Une fois la plus petite valeur de  $x_{max}$  atteinte ( $x_{max} = 4,64$ ), un des réactifs a entièrement disparu (ici la farine) et la transformation s'arrête ; x ne peut donc plus augmenter.

#### 5. Lecture du tableau d'avancement :

Complétons la dernière ligne du tableau avec les valeurs numériques.

Interprétons les résultats :

- Combien de crêpes peut-on fabriquer ?  
 $10x_{max}$  soit 46,4 crêpes
- Quels ingrédients reste-t-il et en quelles quantités ?  
Il reste 2,08 œufs, 85,8g de beurre et 1,34L de lait.  
Il ne reste plus de farine ; c'est le **réactif limitant**.
- Quelles quantités a-t-on utilisé ?  
On a utilisé :

$3x_{max} = 13,92$ oeufs	$30x_{max} = 139,2g$ de beurre	$0,25x_{max} = 1,16L$ de Lait	$125x_{max} = 580g$ de farine
--------------------------	--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

## II. Application à la chimie :

### 1er cas :

Enoncé :

On fait réagir 0,20 mol d'oxyde de cuivre et 0,30 mol de carbone. Il se forme du dioxyde de carbone et du métal cuivre. Décrire l'état du système lorsque la réaction s'arrête (on dit aussi : « lorsque l'état final est atteint »).

Méthode et correction :

Cet exercice se résout en suivant la méthode exposée dans l'introduction.

**Attention : en chimie, les coefficients intervenant dans la « recette » (équation de la réaction) sont des quantités de matières exprimées en moles. Le tableau d'avancement se remplit toujours avec des quantités de matière.**

Etat	Avancement	2 CuO (s)	+	C (s)	→	CO <sub>2</sub> (g)	+	2 Cu (s)
initial mol	0	0,20		0,30		0		0
intermédiaire	x	0,20-2x		0,30-x		x		2x
final	x <sub>max</sub>	0,20-2x <sub>max</sub>		0,30-x <sub>max</sub>		x <sub>max</sub>		2x <sub>max</sub>
	0,10	0		0,20		0,10		0,20

Remplissage du tableau :

- 1<sup>ère</sup> ligne : quantités de réactifs à disposition à l'état initial (pour avancement x=0) ; pas de réactifs présents au début de la réaction
- 2<sup>ème</sup> ligne :  
L'équation nous indique que lorsqu'1 mole de CO<sub>2</sub> se forme, 2 moles de Cu se forment également. En conséquence, lorsque la formation de x moles de CO<sub>2</sub> s'accompagne de la formation de 2x moles de Cu.  
Réagissent alors 2x moles de CuO et x moles de C. En conséquence il reste (0,20 - 2x) moles de CuO et (0,30 - x) moles de C lorsqu'on a atteint l'avancement x de la transformation.
- 3<sup>ème</sup> ligne : on recopie la ligne précédente en remplaçant x par x<sub>max</sub>.

Recherche de x<sub>max</sub> et du réactif limitant :

Si CuO est limitant :  $0,20 - 2x_{\max} = 0$  soit  $x_{\max} = 0,10 \text{ mol}$

Si C est limitant :  $0,30 - x_{\max} = 0$  soit  $x_{\max} = 0,30 \text{ mol}$

On retient  $x_{\max} = 0,10 \text{ mol}$  ; CuO est le réactif limitant.

Remplissage 4<sup>ème</sup> ligne (valeurs numériques)

Au cours de la réaction, 0,20 mol de CuO réagissent avec 0,10 mol de C ; il se forme alors 0,10 mol de CO<sub>2</sub> et

### 2ème cas : notion de proportions stoechiométriques

On fait réagir 0,10 mol d'aluminium et 6 moles de H<sup>+</sup> selon la réaction suivante. Décrire le système lorsque la réaction s'arrête.

Etat	Avancement	2 Al (s)	+	6 H <sup>+</sup> (aq)	→	2 Al <sup>3+</sup> (aq)	+	3 H <sub>2</sub> (g)
initial mol	0	0,10		0,30		0		0
intermédiaire	x	0,10-2x		0,30-6x		2x		3x
Final	x <sub>max</sub>	0,10-2x <sub>max</sub>		0,30-6x <sub>max</sub>		2x <sub>max</sub>		3x <sub>max</sub>
	0,050	0		0		0,10		0,15

Recherche de x<sub>max</sub> et du réactif limitant :

Si Al est limitant :  $0,10-2x_{\max}=0$  soit  $x_{\max}=0,050\text{mol}$

Si  $\text{H}^+$  est limitant :  $0,30-6x_{\max}=0$  soit  $x_{\max}=0,050\text{mol}$

**On retient  $x_{\max}=0,050\text{mol}$  ; Al et  $\text{H}^+$  sont tous les deux limitants, les proportions sont stœchiométriques.**

Remplissage 4ème ligne (valeurs numériques).

Au cours de la réaction, 0,10mol de Al réagissent avec 0,30mol de  $\text{H}^+$  ; il se forme alors 0,10mol de  $\text{Al}^{3+}$  et 0,15mol de  $\text{H}_2$ .

**Cas n°3 : Quelle quantité de réactif utilisé pour avoir des proportions stoechiométriques ?**

Quelle quantité de  $\text{TiCl}_4$  faut-il pour faire réagir 0,30 moles de Mg selon la réaction écrite ci-dessous ?  
Quelles seront les quantités de produits formés ?

Etat	Avancement	$\text{TiCl}_4$ (aq)	+	$2 \text{Mg}$ (aq)	→	Ti (s)	+	$2 \text{MgCl}_2$ (s)
initial mol	0	n		0,30		0		0
intermédiaire	x	n-x		$0,30-2x$		x		$2x$
final	$x_{\max}$	$n-x_{\max} = 0$		$0,30-2x_{\max} = 0$		$x_{\max}$		$2x_{\max}$
	0,15	0		0		0,15		0,30

Remplissage du tableau :

- 1<sup>ère</sup> ligne : On cherche la quantité minimale de  $\text{TiCl}_4$  ; on appelle « n » cette quantité inconnue.
- 2<sup>ème</sup> ligne : même méthode que dans les exemples précédents
- 3<sup>ème</sup> ligne : il faut pour faire réagir tout le Mg ; les proportions de départ doivent donc stœchiométriques (plus d'excès de réactifs lorsque  $x=x_{\max}$ , en fin de réaction), ce qui se traduit par le fait que les deux réactifs doivent entièrement disparaître lorsque  $x = x_{\max}$ .

Recherche de  $x_{\max}$  :

d'après la seconde colonne du tableau :  $0,30-2x_{\max}=0$  soit  $x_{\max}=0,15\text{mol}$

(remarque : ici, pas d'autres choix possible car les proportions de départ sont stoechiométriques)

Calcul de n :

d'après la première colonne du tableau :  $n-x_{\max}=0$  soit  $n=0,15\text{mol}$

Conclusion :

Remplissage 4ème ligne (valeurs numériques).

Pour faire réagir 0,30mol de Mg, il faut 0,15mol de  $\text{TiCl}_4$  ; il se forme alors 0,15mol de Ti et 0,30mol de  $\text{MgCl}_2$ .

**Cas n°4 : Quelles quantités de réactifs utilisés pour obtenir une certaine quantité de produit**

Il s'agit de déterminer les quantités d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) et de carbone (C) qu'il faut faire réagir en proportion stœchiométrique pour former 600mol de métal aluminium selon la réaction suivante :

Etat	Avancement	$2 \text{Al}_2\text{O}_3$ (s)	+	$3 \text{C}$ (s)	→	$3 \text{CO}_2$ (g)	+	$4 \text{Al}$ (s)
initial mol	0	$n_1$		$n_2$				
intermédiaire	x	$n_1-2x$		$n_2-3x$		$3x$		$4x$
final	$x_f$	$n_1-2x_{\max} = 0$		$n_2-3x_{\max} = 0$		$3x_{\max}$		$4x_{\max}$
		0		0		450		600

Remplissage tableau :

- 1<sup>ère</sup> ligne : on appelle  $n_1$  et  $n_2$  les quantités inconnues

- b. 2<sup>ème</sup> ligne : appliquer la méthode
- c. 3<sup>ème</sup> ligne : les quantités de réactifs à déterminer sont forcément stoechiométriques ; ils disparaissent entièrement à la fin de la réaction :  $n_1 - 2x_{\max} = 0$  et  $n_2 - 3x_{\max} = 0$

Recherche de  $x_{\max}$  :

d'après la colonne 4 du tableau :  $4x_{\max} = 600$  soit  $x_{\max} = 150 \text{ mol}$

Quantités de réactifs initiales :

d'après la colonne 1 :  $n_1 - 2x_{\max}$  soit  $n_1 = 2x_{\max} = 300 \text{ mol}$

d'après la colonne 2 :  $n_2 - 3x_{\max}$  soit  $n_2 = 3x_{\max} = 450 \text{ mol}$

Conclusion :

Remplissage 4<sup>ème</sup> ligne (valeurs numériques).

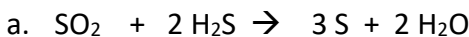
Pour former 600 mol d'Al, il faut 300 mol de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et 450 mol de C. Il se forme alors 450 mol de  $\text{CO}_2$  et 600 mol de Al.

### III. Applications :

1. L'une des étapes de la synthèse de l'acide sulfurique est la réaction entre le sulfure d'hydrogène  $\text{H}_2\text{S}$  et le dioxyde de soufre  $\text{SO}_2$ . Le soufre S et l'eau sont les produits de cette réaction.
  - a. Ecrire l'équation modélisant la réaction.
  - b. On considère un état initial constitué de 4,0 mol de  $\text{SO}_2$  et 5,0 mol de  $\text{H}_2\text{S}$ . Décrire le système en fin de réaction (quantités de produits formés, quantité de réactif limitant).
  - c. On considère, à présent, un mélange initial contenant 3,5 mol de  $\text{SO}_2$  et n mol de  $\text{H}_2\text{S}$ . Déterminer n pour que le mélange soit stœchiométrique.
2. La combustion du propane gazeux  $\text{C}_3\text{H}_8$  dans le dioxygène conduit à la formation d'eau et de dioxyde de carbone, selon l'équation modélisant la réaction :  $\text{C}_3\text{H}_{8(g)} + 5\text{O}_{2(g)} \rightarrow 3\text{CO}_{2(g)} + 4\text{H}_2\text{O}_{(g)}$   
 Rq : les coefficients de l'équation sont des nombre de moles et non des masses !  
 On fait réagir 5,50g de propane avec 16,0g de dioxygène. Déterminer les quantités initiales de réactifs, l'avancement maximal de la réaction et le réactif limitant et la composition, en masse de l'état final du système.

### IV. Corrections :

1. Obtention du soufre



b. Etablissons l'équation de la réaction et le tableau d'avancement :

	$\text{SO}_2$	+	$2 \text{H}_2\text{S}$	$\longrightarrow$	$3 \text{S}$	+	$2 \text{H}_2\text{O}$
x=0	4,0		5,0		0		0
x	$4,0-x$		$5,0-2x$		$3x$		$2x$
$x_{\max}$	$4,0-x_{\max}$		$5,0-2x_{\max}$		$3x_{\max}$		$2x_{\max}$
2,5	1,5		0		7,5		5,0

Recherche de  $x_{\max}$  :

ou  $4,0 - x_1 = 0$  soit  $x_1 = 4,0$

ou  $5,0 - 2x_2 = 0$  soit  $x_2 = 2,5$

On garde  $x_{\max} = x_2 = 2,5$  ; le réactif limitant est donc  $\text{H}_2\text{S}$ . On peut compléter la dernière ligne du tableau

c. Tableau d'avancement :

	SO <sub>2</sub>	+	2 H <sub>2</sub> S	→	3 S	+	2 H <sub>2</sub> O
x=0	3,5		n		0		0
x	3,5-x		n-2x		3x		2x
x <sub>max</sub>	3,5-x <sub>max</sub> =0		n-2x <sub>max</sub> =0		3x <sub>max</sub>		2x <sub>max</sub>
	Les proportions sont stoechiométriques, il n'y a donc pas de réactifs en excès !				10,5		7,0

D'après la première colonne, on déduit la valeur de x<sub>max</sub> : x<sub>max</sub>=3,5

D'après la deuxième colonne, on peut calculer n : n=7

on peut compléter la dernière ligne du tableau (quantités de produits formés).

2. Combustion du propane :

□ Calcul des quantités initiales de réactifs mis en jeu :

$$n_{C_3H_8} = \frac{m_{C_3H_8}}{M_{C_3H_8}} \quad \text{A.N.} \quad n_{C_3H_8} = \frac{5,50}{44,0} = 0,125 \text{ mol}$$

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \quad \text{A.N.} \quad n_{O_2} = \frac{16,0}{32,0} = 0,500 \text{ mol}$$

□ Tableau d'avancement :

	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	+	5 O <sub>2</sub>	→	3 CO <sub>2</sub>	+	4 H <sub>2</sub> O
x=0	<b>0,125</b>		<b>0,500</b>		0		0
x	0,125-x		0,500-5x		3x		4x
x <sub>max</sub> =0,100	0,125-x <sub>max</sub>		0,500-5x <sub>max</sub>		3x <sub>max</sub>		4x <sub>max</sub>
	0,025		0		0,300		0,400

□ Recherche de x<sub>max</sub> et du réactif limitant :

Si C<sub>3</sub>H<sub>8</sub> est limitant : 0,125-x<sub>max</sub>=0      x<sub>max</sub>=0,125mol

Si O<sub>2</sub> est limitant : 0,500-5x<sub>max</sub>=0      x<sub>max</sub>=0,100mol

On retient x<sub>max</sub>=0,100mol ; c'est le dioxygène qui est limitant.

□ Remplissage de la dernière ligne du tableau :

0,500mol de O<sub>2</sub> réagissent avec 0,100mol de propane.

Il se forme 0,300mol de CO<sub>2</sub> et 0,400mol de H<sub>2</sub>O.

Il reste 0,025mol de propane en fin de réaction.

□ Calculs des masses correspondant :

$$m_{CO_2} = n_{CO_2} \cdot M_{CO_2} \quad \text{A.N.} \quad m_{CO_2} = 0,300 \times 44,0 = 13,2 \text{ g}$$

$$m_{H_2O} = n_{H_2O} \cdot M_{H_2O} \quad \text{A.N.} \quad m_{H_2O} = 0,400 \times 18 = 7,20 \text{ g}$$

$$m_{C_3H_8} = n_{C_3H_8} \cdot M_{C_3H_8} \quad \text{A.N.} \quad m_{C_3H_8} = 0,025 \times 44,0 = 1,10 \text{ g}$$

Il s'est donc formé 13,2g de dioxyde de carbone et 7,20g d'eau. Il reste 1,10g de propane.