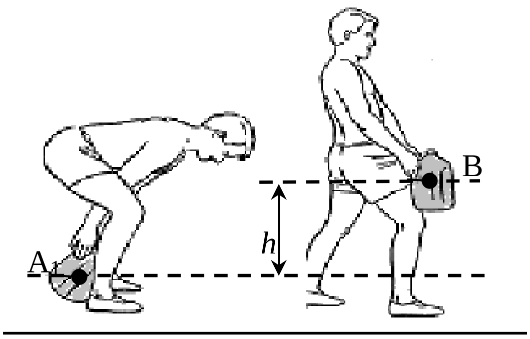
Energie potentielle de pesanteur

- C'est l'énergie d'un système {objet de masse m ; Terre} due à l'interaction gravitationnelle entre l'objet et la Terre.

- Expression : Ep = mgz + cste

  On choisit généralement Ep = 0 pour z = 0 de façon à ce que cste = 0 d'où Ep = mgz

- Conséquence :

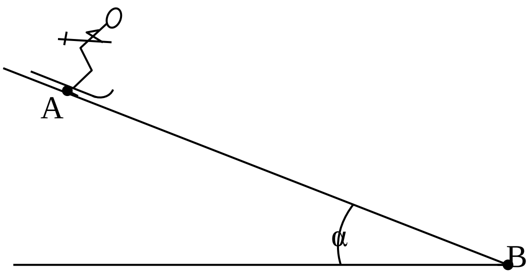


Lorsqu'un objet est soulevé d'une hauteur h, il gagne de l'énergie potentielle de pesanteur.
Cette énergie est fournie à l'objet par l'opérateur quid doit vaincre le travail du poids.
Démonstration :

$\Delta Ep = Ep_B - Ep_A$
$\Delta Ep = mgz_B + ctse - (mgz_A + cste)$
$\Delta Ep = mg(z_B - z_A) = -mg(z_A - z_B)$
$\Delta Ep_p = Ep_{p_B} - Ep_{p_A} = -W_{AB}\left(\vec{P}\right)$

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur du système est donc opposée au travail du poids.

- Application :



Soit un skieur de masse m glissant sur un plan incliné d'un angle α.

Exprimer l'énergie potentielle du système {skieur-Terre} en fonction de m, g, α et AB lorsque le skieur est en A.
On choisira $Ep_p = 0$ lorsque le skieur est dans la position B.
On choisira également z=0 en B.

Avec le choix des origines proposées, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur est : $Ep = mgz$
En effet, si $z_B = 0$, $Ep_B = 0$ ce qui correspond bien au choix de l'origine de l'énergie potentielle.

On en déduit que : $Ep_A = mgz_A$ avec $z_A = AB.\sin\alpha$
On a donc : $Ep_A = mg.AB.\sin\alpha$

Energie mécanique d'un système

L'énergie mécanique d'un système est la somme de ses énergies potentielles (de pesanteur, électrique, …) et de son énergie cinétique : $\underline{Em = Ec + Ep}$

I. Conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou à des forces non conservatives dont le travail est nul, son énergie mécanique Em se conserve :

$$Em = Ec + Ep = cste$$

Il en résulte que $\Delta Em = 0$ et donc $\Delta Ec = -\Delta Ep$

Lorsqu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert total de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.

Application :

1. Lancer vertical :
   On lance une balle verticalement vers le haut avec une vitesse initiale $v_0 = 18\ m.s^{-1}$. On néglige les frottements au cours du mouvement
   En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la hauteur atteinte par la balle.
   Choix de l'origine des énergies potentielles : Ep = 0 au début du mouvement.

   Il n'y a que des forces conservatives au cours du mouvement (forces de frottement négligeables) : l'énergie mécanique se conserve.

Au départ :	Au sommet de la trajectoire :
$Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ $Ep_0 = mgz_0 = 0$ (choix)	$Ec_S = \frac{1}{2}mv_S^2 = 0$ car $v_S = 0$ $Ep_S = mg(z_S - z_0) = mgh$

Conservation de l'énergie mécanique : $Em_0 = Em_S$

$$Ec_0 + Ep_0 = Ec_S + Ep_S$$
$$Ec_0 = Ep_S$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$

d'où $h = \frac{v_0^2}{2g}$ A.N. $h = \frac{18^2}{2\times 9{,}8} = 16{,}5\ m$

2. Lancer de poids
   Au cours d'un lancer de poids, un athlète a effectué un jet de 19,6 m. La vitesse initiale de lancement est $v_0 = 18\ m.s^{-1}$, lorsque le boulet quitte sa main à une hauteur $h_0 = 2{,}0\ m$. La boule de fonte décrit une trajectoire parabolique ; elle atteint une hauteur maximale $h_{max} = 8{,}0\ m$. On néglige les frottements de l'air lors de la trajectoire parabolique de la boule.
   Données : masse de la boule $m = 7{,}257\ kg$; intensité de la pesanteur $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.
   En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la valeur de la vitesse de la boule au sommet de la trajectoire et lorsqu'elle retombe au sol.
   Choix de l'origine des énergies potentielles : Ep = 0 à z=0.

   Il n'y a que des forces conservatives au cours du mouvement (forces de frottement négligeables) : l'énergie mécanique se conserve.

- Vitesse au sommet de la trajectoire :

Au départ :	Au sommet de la trajectoire :
$Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ $Ep_0 = mgh_0$	$Ec_S = \frac{1}{2}mv_S^2$ $Ep_S = mgz_S$

Conservation de l'énergie mécanique : $Em_0 = Em_S$

soit $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_S^2 + mgz_S$

$v_S = \sqrt{v_0^2 + 2g\cdot(h_0 - z_S)}$ A.N. $v_S = 14\ m.s^{-1}$

- Vitesse au sol de la trajectoire :

Au départ :	Au sol :
$Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ $Ep_0 = mgh_0$	$Ec_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ $Ep_f = 0$

Conservation de l'énergie mécanique : $Em_0 = Em_f$

soit $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2$

$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$ A.N. $v_{Sol} = 21\,m.s^{-1}$

II. Non conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou à des forces non conservatives qui travaillent, son énergie mécanique Em ne se conservent pas ; sa variation est égale au travail des forces non conservatives.

$$Em \neq cste$$

alors $\Delta Em = \sum W(\vec{f}_{non\ conservatives})$

La variation d'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces non conservatives.

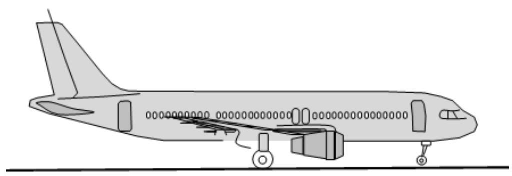
Lorsqu'il y a non conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert partiel de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement. L'énergie "perdue" a été dissipée par les forces de frottement qualifiées de **forces dissipatives.**

L'énergie se conserve si :	L'énergie ne se conserve pas si :
- Il y a des forces conservatives appliquées au système (forces dont le travail ne dépend pas du chemin suivi) : ⇨ cas du poids dont le travail est : $\boxed{W_{\vec{P}_{A\to B}} = m\,.\,g\,.\,(z_A - z_B)}$ - Il y a des forces non conservatives appliquées au système dont le travail est nul : ⇨ Cas de la réaction normale au déplacement : $\boxed{W_{\vec{R}} = 0}$	- Il y a des forces non conservatives appliquées au système dont le travail n'est pas nul : ⇨ Cas de la force de frottement dont l'intensité est constante : $\boxed{W_{\vec{f}_{A\to B}} = -f\,.\,L}$ où L est la longueur du chemin entre A et B ⇨ Cas de la force de propulsion dont l'intensité est constante : $\boxed{W_{\vec{F}_{A\to B}} = F\,.\,L}$

Application : décollage Airbus A 320

Quelques caractéristiques de l'Airbus A 320 :

Version	*A320*
Masse maximum au décollage	*m = 77 000 kg*
Poussée maximale	*F = 2×118 kN*
Vitesse au décollage	*v = 285 km.h^{-1}*



L'ensemble des forces de frottement au cours du décollage de l'airbus peut être modélisée par une force moyenne de valeur *f* = 120000 N.

La poussée est la force de propulsion F exercée par les deux réacteurs.

Dans les conditions exposées, calculer la distance de décollage (longueur minimale de la piste).

Choix des énergies potentielles : Ep = 0 à z=0 d'où Ep = mgz.

Bilan des forces sur l'avion pendant la phase de décollage :

- poids $\vec{P}$
- Poussée des réacteurs $\vec{F}$

- frottements divers $\vec{f}$
- réaction de la piste $\vec{R}$ (perpendiculaire à la piste)

Il y a 2 forces non conservatives au cours du mouvement : la force de frottement et la force de propulsion : ces forces dépendent du chemin suivi. L'énergie mécanique ne se conserve pas.

Au départ :	Au moment du décollage :
$Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$ $Ep_0 = mgz_0 = 0$	$Ec_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ $Ep_f = 0$

Non conservation de l'énergie mécanique : $\Delta Em = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$

La variation d'énergie mécanique conduit à : $\Delta Em = Ec_f$

Donc : $Ec_f = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$

or $Ec_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ $\quad W(\vec{P}) = 0$ $\quad W(\vec{f}) = -f.L$ $\quad W(\vec{R}) = 0$ $\quad W(\vec{F}) = F.L$

d'où $\frac{1}{2}m{v_f}^2 = (F - f) \cdot L$

soit $L = \frac{m{v_f}^2}{2 \cdot (F-f)}$

A.N. $L = \frac{77000 \times \left(\frac{285}{3.6}\right)^2}{2 \cdot (2 \times 118000 - 120000)} = 2080m$ soit 2,08 km

III. Démonstration théorème de l'énergie cinétique :

$\Delta E_m = \sum W_{\vec{f}\ non\ conservatives}$

Soit $\Delta Ec + \Delta Ep = \sum W_{\vec{f}\ non\ conservatives}$

Or $\Delta Ep = -W_{\vec{P}_{A \to B}}$

D'où $\Delta Ec = \sum W_{\vec{f}\ non\ conservatives} + W_{\vec{P}_{A \to B}}$