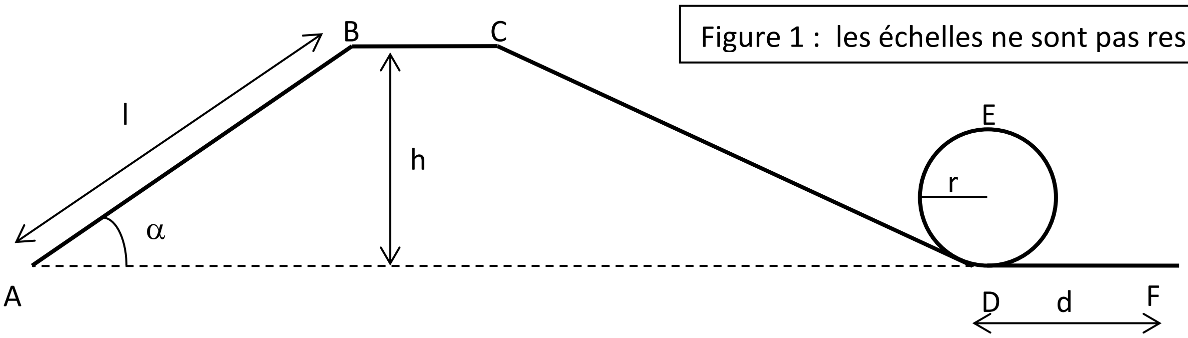
EXERCICE : SENSATIONS FORTES A LA FÊTE FORAINE

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'un chariot de fête foraine. On considérera le chariot comme une masse ponctuelle réduite à son centre d'inertie G. On distingue cinq parties dans la trajectoire de G (voir figure 1) :

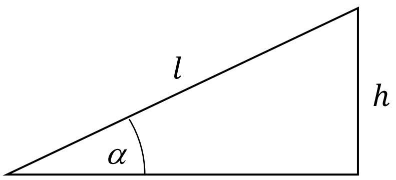
Figure 1 : les échelles ne sont pas respectées



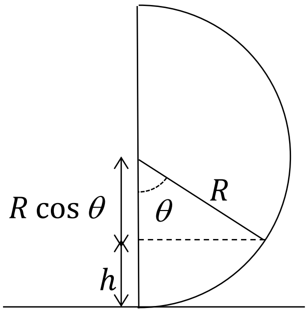
- Une montée rectiligne AB inclinée d'un angle α = 35,0 ° par rapport à l'horizontale, et sur laquelle le chariot est tracté par un câble sur la longueur *l* = AB = 32,0 m.
- Une partie BC rectiligne horizontale située à l'altitude *h* par rapport au sol.
- Une descente rectiligne CD.
- Une partie DED correspondant au looping assimilé à un cercle de rayon *r* = 5,00 m.
- Une partie rectiligne horizontale DF correspondant au freinage du chariot.

Le chariot de masse *m* = 446 kg démarre en A avec une vitesse initiale nulle. On néglige tous les frottements et on prendra *g* = 9,81m·s^{-2}.

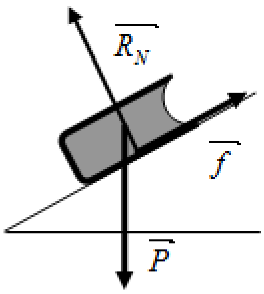
Rappels mathématiques :



$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$



Rappels physiques : quelques forces



Bilan des forces sur le système : { livre }

$\overrightarrow{P}$: poids du livre

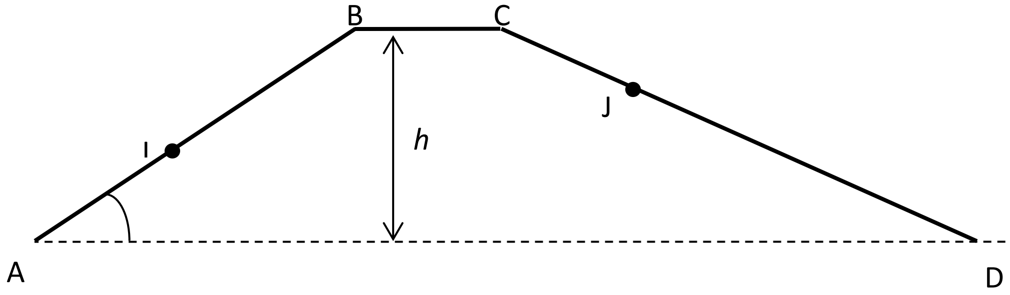
$\overrightarrow{R_N}$: Réaction de la table (s'oppose à l'enfoncement)

$\overrightarrow{f}$: frottements (s'opposent au glissement)

1. Montée AB

La montée s'effectue par un câble exerçant une force de traction constante sur le chariot, parallèle à (AB), orienté vers B, et d'intensité $F_B = 2{,}537 \times 10^3\ N$ sur la longueur $l = AB = 32{,}0\ m$.

1.1. Représenter les forces extérieures exercées sur le chariot au point I entre A et B (sans souci d'échelle).



1.2. Calculer le travail fourni au chariot par la force $\overrightarrow{F_B}$ le long du chemin AB.

1.3. Montrer que dans ces conditions le chariot arrive au point B avec la vitesse $v_B = 2{,}0\ m \cdot s^{-1}$

2. Partie rectiligne BC

Le câble est instantanément décroché en B et le chariot continue son mouvement sur la partie horizontale BC.

2.1. Déterminer et justifier la nature du mouvement du chariot sur cette partie.

2.2. Déduire la valeur de la vitesse v_C au point C.

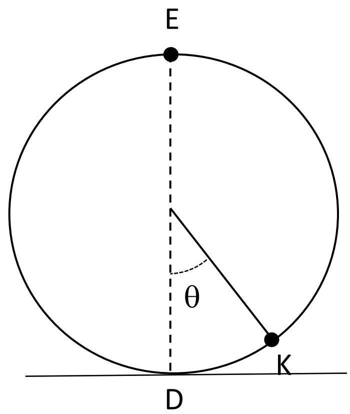
3. Descente CD

3.1. Sur le schéma de la question 1, représenter, sans souci d'échelle, les forces extérieures exercées sur le chariot au point J entre C et D.

3.2. Etablir l'expression de la vitesse v_D du chariot au point D en fonction de v_C, g, l et α.

3.3. Calculer v_D en $km \cdot h^{-1}$. On prendra $v_C = 2{,}00\ m \cdot s^{-1}$

4. Looping DED



Le chariot arrive au point D à la vitesse $v_D = 19{,}1\ m \cdot s^{-1}$ et effectue un looping circulaire DED.

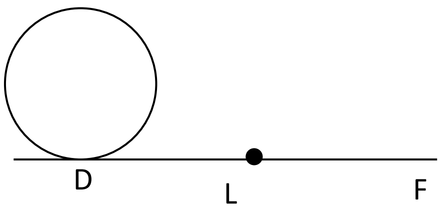
4.1. Sur le schéma ci-contre, représenter les forces extérieures exercées sur le chariot au point K entre D et E (sans souci d'échelle).

4.2. Au point K repéré par l'angle θ par rapport à la verticale, établir l'expression de la valeur de la vitesse v_K en fonction de v_D, g, r et θ.

4.3. Pour que le chariot atteigne le point E sans tomber, il faut que l'expression de sa vitesse en E soit $v_E = \sqrt{gr}$. Vérifier que le lopping est réussi.

5. Freinage DF

Après le looping, le chariot arrive de nouveau au point D à la vitesse $v_D = 19{,}1\ m \cdot s^{-1}$ et se dirige vers le point d'arrivée F. Un dispositif de freinage permet au chariot de s'immobiliser au point F après avoir parcouru la distance DF = d = 20,0 m. On suppose constante l'intensité de la force de freinage que l'on note $\vec{f}$.



5.1. Sur le schéma ci-contre, représenter, sans souci d'échelle, les forces extérieures subies par le chariot au point L entre D et F.

5.2. Calculer la valeur de $\vec{f}$ nécessaire pour que le chariot s'arrête en F. On cosidèrera que la force de frottement est constante sur la partie DF.