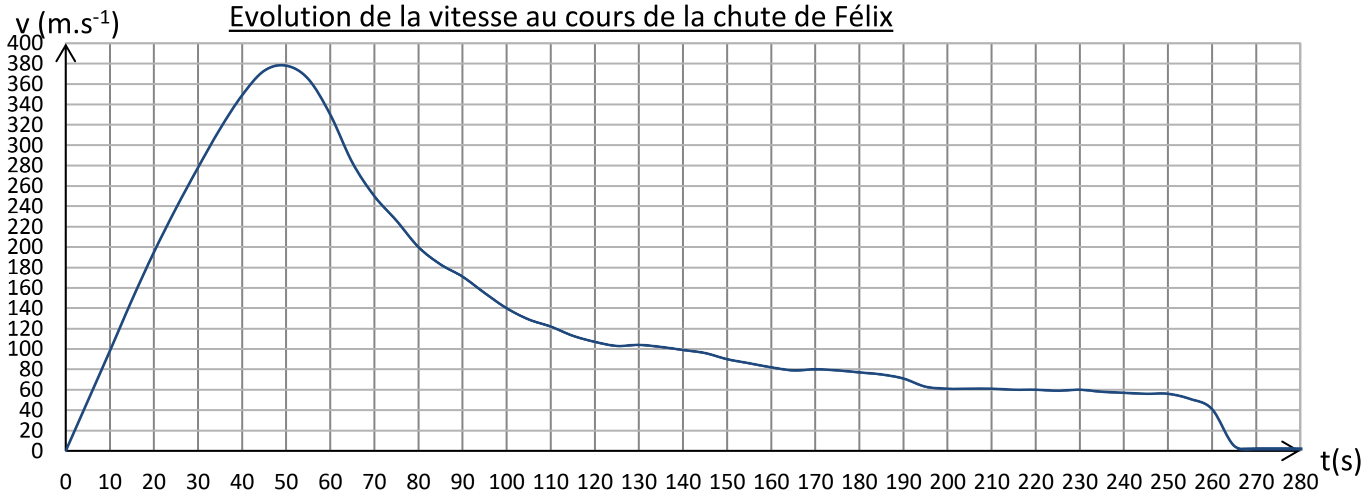
Etude du défi « Red Bull Stratos » réalisé par Félix Baumgartner

Red Bull Stratos est un défi visant à sauter en parachute depuis la stratosphère et franchir le mur du son. En octobre 2012, le Base Jumper Félix Baumgartner est monté dans la stratosphère au-dessus du Nouveau-Mexique dans un ballon à hélium. Le ballon atteint l'altitude de 38 969 m en un peu plus de deux heures. Baumgartner se lance dans une chute libre de 4 minutes et 19 secondes, atteignant la vitesse maximale de 1 360 $km.h^{-1}$ avant d'ouvrir son parachute et de se poser sans encombre après une chute totale de 9 minutes et 3 secondes.
www.youtube.com/watch?v=raiFrxbHxV0

Document 1 : Evolution de la vitesse de Félix Baumgartner
On a relevé sur la vidéo les valeurs de la hauteur de chute et de la vitesse à intervalles de temps réguliers ($\tau = 5{,}0 s$). Ces valeurs permettent de tracer le graphe ci-dessous, reproduit au verso.



Document 2 : chute libre
En physique, on parle de la chute libre d'un objet lorsque celui-ci chute sous l'action de son poids uniquement, et que les forces de frottements son négligeables.
Lorsqu'un corps tombe en chute libre, sa vitesse suit la loi : $\boxed{\boldsymbol{v = g\,.\,t}}$
où g est l'intensité de la pesanteur au lieu considéré
t correspond au temps qui s'est écoulé depuis le début de la chute.
Remarque : ne pas confondre avec la « chute libre sportive » : phase avant l'ouverture du parachute.

Document 3 : force de frottement de l'air
La force de frottement modélise l'action de l'air sur les objets en mouvement. Le vecteur force de frottement $\vec{f}$ a les caractéristiques suivantes :
- Direction : celle du mouvement
- Sens : opposé au mouvement
- Valeur (intensité) : proportionnelle au carré de la vitesse : $\boxed{\boldsymbol{f = k.v^2}}$
  Le coefficient k dépend de l'aérodynamisme de l'objet et de la densité d'air.
  Ce coefficient s'exprime en $kg.m^{-1}$

Rappel du cours : relation forces et mouvement
- Expression mathématique de la 1ère loi de Newton (principe de l'inertie) : $\boxed{\boldsymbol{\sum \vec{F} = 0 \;\Leftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{Cst}}}$
- Approche de la 2ème loi de Newton $\boxed{: \boldsymbol{\sum \vec{F} = m\,.\,\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}}$

Données :
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$
$M_T = 5{,}98 \times 10^{24}\ kg$
$R_T = 6{,}37 \times 10^3\ km$
Masse de FB et de son équipement : $m = 120\ kg$
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$

t (s)	h (m)	v (m/s
0	0	0
5	160	49
10	530	98
15	1180	148
20	2213	195
25	3134	238
30	4427	278
35	5989	315
40	7575	349
45	9384	373
50	11200	378
55	13084	365
60	14940	330
65	16341	283
70	17699	250
75	18922	226

1. Un extrait des relevées effectuées dans les 70 s du début de chute est donné ci-contre.

a. Montrer que les valeurs de durée de chute sans parachute et de vitesse maximale atteinte annoncées dans l'introduction sont en accord avec les données du graphique et des relevés.

Le parachute s'ouvre approximativement à la date $t = 260\ s$ (grande diminution de la vitesse), soit à $\frac{260}{60} = 4{,}33\ min = 4$ minutes et $0{,}33 \times 60 = 20\ s$ ce qui est en accord avec la valeur annoncée.

La vitesse maximale atteinte lue dans le tableau est
$v = 378\ m.s^{-1} = 378 \times 3{,}6 = 1361\ km.h^{-1}$
Là encore le résultat est en accord avec la valeur annoncée.

b. En utilisant les données du tableau, retrouver la valeur de la vitesse à la date $t = 35{,}0\ s$.

$v_n = \frac{h_{n+1} - h_{n-1}}{2\tau}$ A.N. $v_{35} = \frac{7575-4427}{10{,}0} = 315\ m.s^{-1}$
La valeur de la vitesse est de 315 $m.s^{-1}$

c. Montrer que la variation du champ de pesanteur entre l'altitude du début de la chute et le sol est inférieur à 2%.

Expression du champ de pesanteur :
$g = G\ .\frac{M_T}{(R_T+z)^2}$
lorsque $z = 0$ $g_{Sol} = 6{,}67 \times \frac{5{,}98 \times 20^{24}}{(6{,}37 \times 10^6)^2} = 9{,}83\ m.s^{-2}$
Lorsque $z = 38969\ m$ $g_{z_m} = 6{,}67 \times \frac{5{,}98 \times 20^{24}}{(6{,}37 \times 10^6 + 38969)^2} = 9{,}71\ m.s^{-2}$
Variation : $\frac{9{,}83-9{,}71}{9{,}83} = 1{,}2\ \%$

On considèrera par la suite que le champ de pesanteur est constant et vaut $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ pendant toute la durée de la chute.

2. Tracer sur le graphe au verso la courbe représentant l'évolution de la vitesse d'un corps en chute libre. Justifier la « courbe » tracée.
Jusqu'à quelle date peut-on considérer la chute comme libre (du point de vue physique). Justifier la réponse.

D'après le document 2, la vitesse d'un corps en chute libre évolue proportionnellement au temps. La représentation de cette vitesse est donc une droite dont le coefficient directeur est égal à g.
Pour tracer cette droite il faut 2 points : $O\ (0\ ;0)$ et $A\ (\ 40\ ;40 \times 9{,}8)$

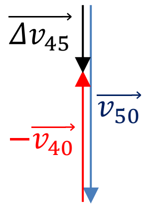
La droite tracée se superpose sur la courbe existante jusqu'à la date $t = 25\ s$. On peut donc considérer que la chute est libre jusqu'à cette date.

3. Proposer une explication qui justifie le fait que la chute n'est plus libre à partir de l'instant défini précédemment ? Faire le bilan des forces sur FB et expliquer qualitativement (sans calcul) l'évolution de la vitesse entre $t = 25{,}0\ s$ et $t = 50{,}0\ s$.

Après cette date, FB n'est plus en chute libre ; FB est désormais soumis à deux forces : son poids et la force de frottement de l'air qui n'est plus négligeable.
Cette force de frottement s'oppose au mouvement et ralentit l'augmentation de la vitesse.
(La vitesse continue d'augmenter, mais moins vite que dans le cas d'une chute libre).

4. On s'intéresse à l'instant $t = 40{,}0\ s$. Le système étudié est $\{FB\}$.

a. En utilisant les informations du tableau, montrer que le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_{45}}$ est orienté vers le bas et calculer la valeur de $\frac{\Delta v_{45}}{\Delta t}$.



$\overrightarrow{\Delta v_{45}} = \overrightarrow{v_{50}} - \overrightarrow{v_{40}}$
Représentons qualitativement les vecteurs $\overrightarrow{v_{50}}$ et $-\overrightarrow{v_{40}}$ sachant que $v_{50} > v_{40}$:
On constate bien que le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_{45}}$ est orienté vers le bas.

$\frac{\overrightarrow{\Delta v_{45}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_{50}} - \overrightarrow{v_{40}}}{2\tau}$
Comme les vecteurs $\overrightarrow{v_{50}}$ et $\overrightarrow{v_{40}}$ sont colinéaires et dans le même sens, on peut écrire :
$\frac{\Delta v_{45}}{\Delta t} = \frac{v_{50} - v_{40}}{2\tau}$
En utilisant les données du tableau, on arrive à :
$\frac{\Delta v_{45}}{\Delta t} = \frac{378-349}{2\times 5{,}0} = 2{,}9\ m.s^{-2}$

b. En utilisant la 2ème loi de Newton, monter que $P > f$. Dessiner $\vec{f}$ sur le graphe au verso en respectant sa longueur relative par rapport au poids.
2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,.\frac{\overrightarrow{\Delta v_{45}}}{\Delta t}$
Comme le vecteur $\frac{\overrightarrow{\Delta v_{45}}}{\Delta t}$ est orienté vers le bas, la somme $\vec{P} + \vec{f}$ l'est aussi.
Or $\vec{P}$ et $\vec{f}$ étant orientés dans des sens différents, on a forcément $P > f$.

c. Calculer f et en déduire une valeur de k.

$P - f = m\,.\frac{\Delta v_{45}}{\Delta t}$ donc $f = P - m\,.\frac{\Delta v_{45}}{\Delta t}$ $f = m\,.\left(g - \frac{\Delta v_{45}}{\Delta t}\right)$
A.N. $f = 120 \times (9{,}8 - 2{,}9) = 900\ N$

D'après le document 3 : $f = k\,.v_{45}^2$ d'où $k = \frac{f}{v_{45}^2}$ A.N. $k = \frac{900}{373^2} = 6{,}5 \times 10^{-3}\ kg.m^{-1}$

5. On s'intéresse à l'instant $t = 70\ s$. En suivant la même démarche que dans la question 5, déterminer la valeur de k.
Proposer une explication à sa variation.

$\overrightarrow{\Delta v_{70}} = \overrightarrow{v_{75}} - \overrightarrow{v_{65}}$
Le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_{45}}$ est orienté vers le haut car $v_{75} < v_{65}$ (la vitesse diminue)
et donc $\Delta v_{70} = v_{75} - v_{65} < 0$

$\frac{\Delta v_{70}}{\Delta t} = \frac{v_{75} - v_{65}}{2\tau}$

En utilisant les données du tableau, on arrive à :

$\frac{\Delta v_{70}}{\Delta t} = \frac{226-283}{2\times 5,0} = -5,7\ m.s^{-2}$

2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,.\frac{\overrightarrow{\Delta v_{70}}}{\Delta t}$

Comme le vecteur $\frac{\overrightarrow{\Delta v_{70}}}{\Delta t}$ est orienté vers le haut, la somme $\vec{P} + \vec{f}$ l'est aussi. On a donc forcément $f > P$

On aura donc $P - f < 0$

$P - f = m\,.\frac{\Delta v_{70}}{\Delta t}$ soit $f = m\,.g - m\,.\frac{\Delta v_{70}}{\Delta t}$ $f = m\,.\left(g - \frac{\Delta v_{70}}{\Delta t}\right)$

A.N. $f = 120 \times (9,8 - (-5,7)) = 1860\ N$

$k = \frac{f}{v_{70}^2}$ A.N. $k = \frac{1860}{250^2} = 3,0 \times 10^{-2}\ kg.m^{-1}$

Le coefficient k est 5 fois plus élevé que précédemment.

Son augmentation est due à l'augmentation de la densité de l'air : FB rentre dans des couches atmosphériques plus denses.

6. Expliquer qualitativement (sans calcul) l'évolution de la vitesse après l'instant $t = 70,0\ s$ jusqu'au moment de l'ouverture du parachute. Dessiner $\vec{f}$ sur le graphe au verso pour les schémas correspondant cette phase.

   On a vu que $f > P$ ce qui a pour conséquence de diminuer la vitesse.
   La diminution de la vitesse entraîne une diminution de la force de frottement.
   A $t = 200\ s$, la force de frottement atteint la valeur $f = P$. On a alors $\vec{f} + \vec{P} = \vec{0}$
   La 1ère loi de Newton nous permet d'avancer que le mouvement devient rectiligne et uniforme : la vitesse devient constante.

7. A $t = 200s$, on donne la valeur $k = 0,32$. Calculer en $km.h^{-1}$ la valeur de la vitesse atteinte dans l'intervalle $200\ s < t < 250\ s$. Cette valeur est-elle compatible avec la valeur estimée par lecture graphique.

   On a vu que pendant cet intervalle de temps : $f = P$
   soit $k\,.v^2 = m\,.g$
   d'où $v = \sqrt{\frac{m.g}{k}}$
   A.N. $v = \sqrt{\frac{120\times 9,8}{0,32}} = 61\ m.s^{-1} = 220\ km.h^{-1}$
   La valeur calculée est compatible avec la valeur estimée par lecture graphique.

8. Préciser sur quel est l'effet de l'ouverture du parachute sur le coefficient k et expliquer les conséquences sur les forces et l'évolution de la vitesse qui s'en suit. Dessiner $\vec{f}$ sur le graphe au verso pour les schémas correspondant ces phases.

   L'ouverture du parachute change l'aérodynamisme de FB : ceci a pour effet d'augmenter considérablement k.
   En conséquence, la force de frottement augmente et la somme $\vec{f} + \vec{P}$ est à nouveau orientée vers le haut. Le vecteur $\overrightarrow{\Delta v}$ l'est donc aussi ce qui a pour effet de diminuer la vitesse.
   Comme la vitesse diminue, la force de frottement diminue également, jusqu'à ce que $f = P$.
   Le parachutiste atteint donc une vitesse modérée et constante jusqu'au sol.

9. Entre l'instant $t = 250\ s$ et l'instant $t = 265\ s$, on modélise la force de frottement du parachute par une force constante $f = 1630\ N$. Estimer par un calcul la valeur de la vitesse à $t = 265\ s$.

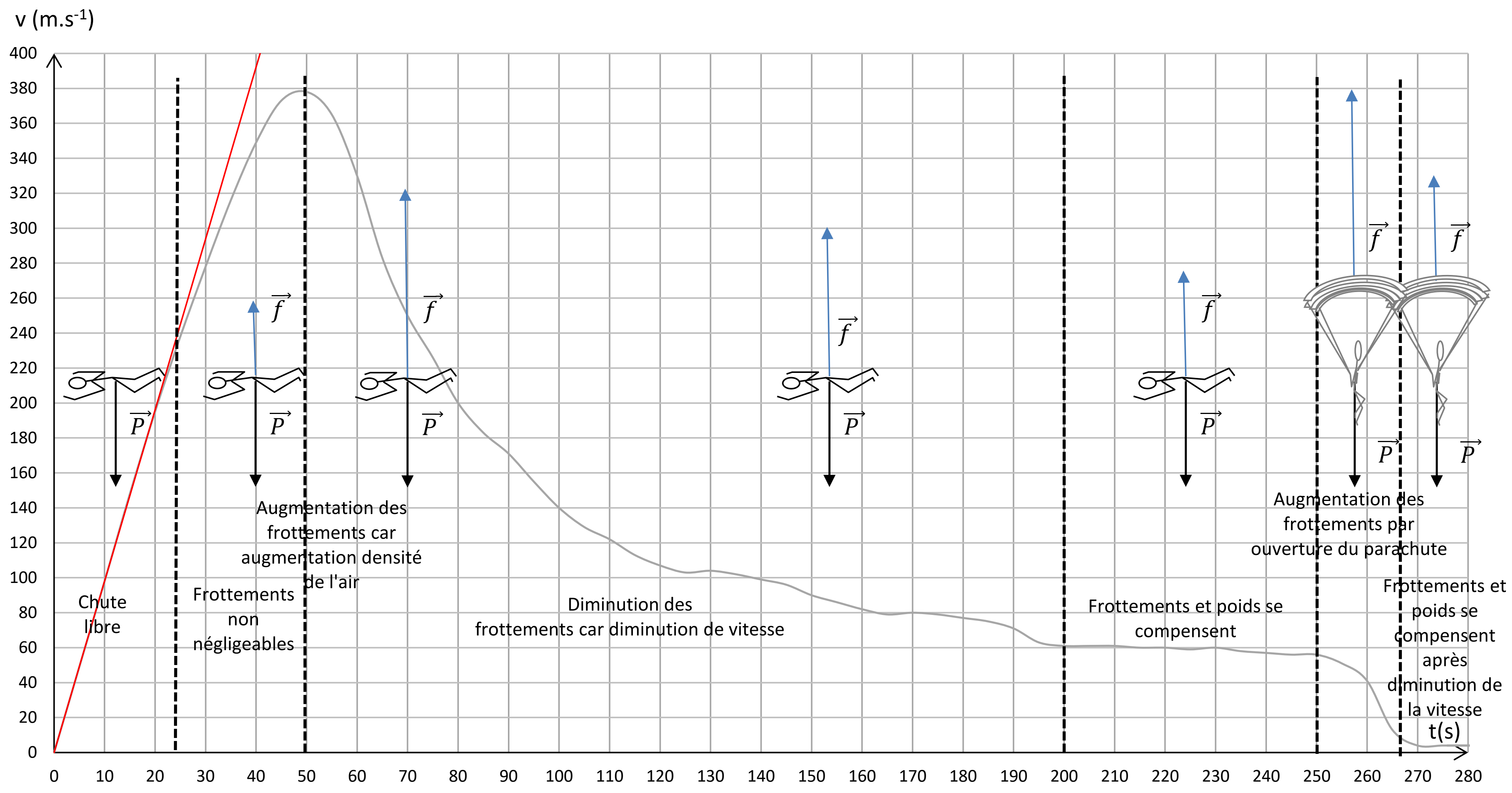
D'après la 2ème loi de Newton : $P - f = m.\frac{\Delta v}{\Delta t}$ soit $\Delta v = \frac{(P-f)\ .\ \Delta t}{m}$

A.N. $\Delta v = \frac{(120\times 9.8-1630)\times 15}{120} = -57\ N$

$\Delta v < 0$ ce qui confirme qu'il s'agit bien d'une décélération.

$\Delta v = v_{265} - v_{250}$ d'où $v_{265} = v_{250} + \Delta v$

A.N. $v_{265} = 61 - 57 = 4\ m.s^{-1} = 14\ km.h^{-1}$


v (m.s-1)
t(s)
Chute libre
Frottements non négligeables
Augmentation des frottements car augmentation densité de l'air
Diminution des frottements car diminution de vitesse
Frottements et poids se compensent
Augmentation des frottements par ouverture du parachute
Frottements et poids se compensent après diminution de la vitesse
f
P