

Avancement d'une réaction chimique

Pour introduire la technique du tableau d'avancement et la notion d'avancement, on utilise une recette de cuisine : celle des crêpes !

1. Problème

Combien de crêpes peut-on fabriquer au maximum, avec les restes présents dans le garde-manger ?

Données :

Il reste dans le garde-manger :	Recette pour 10 crêpes :	
<ul style="list-style-type: none">▪ 16 œufs▪ 225 g de beurre▪ 2,5 L de lait▪ 580 g de farine	<ul style="list-style-type: none">▪ 3 œufs (Of)▪ 30 g de beurre (Br)▪ ¼ L de lait (Lt)▪ 125 g de farine (Fa)	

2. Modélisation de la transformation :

On modélise la fabrication des crêpes par une réaction chimique qui aurait une équation traduisant la recette des crêpes :



Dans le garde-manger, on ne dispose pas des proportions données par la recette. On ne pourra cependant pas fabriquer un nombre infini de crêpes. Imaginons qu'on fabrique les crêpes par série de 10.

La question sous jacente à notre problème sera donc de savoir combien de séries de crêpes on peut fabriquer. On appelle « x » ce nombre ; il permet de quantifier l'avancée de notre fabrication ; c'est ce qu'on appelle l'« avancement » de la transformation.

Le but est donc de déterminer x_{\max} , l'avancement maximal, soit le nombre de séries maximales qu'on peut fabriquer.

3. Tableau d'avancement :

- On reporte dans la première ligne du tableau les quantités qu'on a dans le garde-manger (quantités qu'on a à disposition) ; à ce moment on a fabriqué aucune série de 10 crêpes, donc $x=0$
- Dans la deuxième ligne du tableau, on commence par **indiquer qu'on a produit un nombre indéfini de séries de crêpes, soit « 10x »** (ce qui correspond à un avancement x de la fabrication). On indique dans les autres cases de la ligne quelles sont les quantités d'ingrédients qui restent alors :
étant donné que pour fabriquer 10 crêpes, l'équation de la réaction indique qu'il faut 3 œufs, pour fabriquer 10x crêpes, il faut 3x œufs ; il reste alors $(16 - 3x)$ œufs !
Même raisonnement pour le beurre, le lait, la farine.
- Dans la dernière ligne, on recopie simplement la ligne précédente en remplacement x par x_{\max} , l'avancement maximal.

Modélisation de la recette	3 Of	+	30 Br	+	0,25 Lt	+	125 Fa	→	10 Cp
Quantité au départ (Ce qu'on a dans le garde-manger)	16		225		2,5		580		0
Quantité qui reste lorsque l'avancement est x	$16 - 3x$		$225 - 30x$		$2,5 - 0,25x$		$580 - 125x$		$10x$
Quantité restante à l'état final...	$16 - 3x_{max} = 2,08$		$225 - 30x_{max} = 85,8$		$2,5 - 0,25x_{max} = 1,34$		$580 - 125x_{max} = 0$		$10x_{max} = 46,4$

4. Détermination de x_{max} et réponse au problème

Quand la fabrication des crêpes s'arrête-t-elle ?
→ Lorsqu'un des ingrédients aura été consommé !

Ceci se traduit par une des équations suivantes :

$16 - 3x_{max} = 0$	$225 - 30x_{max} = 0$	$2,5 - 0,25x_{max} = 0$	$580 - 125x_{max} = 0$
---------------------	-----------------------	-------------------------	------------------------

Ce qui conduit aux valeurs suivantes de x_{max} :

$x_{max} = 16/3 = 5,3$	$x_{max} = 225/30 = 7,5$	$x_{max} = 10$	$x_{max} = 580/125 = 4,64$
------------------------	--------------------------	----------------	----------------------------

Laquelle de ces 4 valeurs doit-on retenir ?

→ La plus petite ! L'avancement est une grandeur qui augmente au cours de la transformation. Une fois la plus petite valeur de x_{max} atteinte ($x_{max} = 4,64$), un des réactifs a entièrement disparu (ici la farine) et la transformation s'arrête ; x ne peut donc plus augmenter.

5. Lecture du tableau d'avancement :

Complétons la dernière ligne du tableau avec les valeurs numériques.

Interprétons les résultats :

- Combien de crêpes peut-on fabriquer ?
 $10x_{max}$ soit 46,4 crêpes
- Quels ingrédients reste-t-il et en quelles quantités ?
Il reste 2,08 œufs, 85,8g de beurre et 1,34L de lait.
Il ne reste plus de farine ; c'est le **réactif limitant**.
- Quelles quantités a-t-on utilisé ?
On a utilisé :

$3x_{max} = 13,92$ oeufs	$30x_{max} = 139,2g$ de beurre	$0,25x_{max} = 1,16L$ de Lait	$125x_{max} = 580g$ de farine
--------------------------	--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

Différentes méthodes d'utilisation du tableau d'avancement

I. On connaît les quantités de réactifs initiales ; on cherche quel est le réactif limitant et les quantités de produits formés :

- On fait réagir 0,20 mol d'oxyde de cuivre et 0,30 mol de carbone. Il se forme du dioxyde de carbone et du métal cuivre. Décrire l'état du système lorsque la réaction s'arrête (on dit aussi : « lorsque l'état final est atteint »).

Méthode et correction :

Cet exercice se résout en suivant la méthode exposée dans l'introduction.

Attention : en chimie, les coefficients intervenant dans la « recette » (équation de la réaction) sont des quantités de matières exprimées en moles. Le tableau d'avancement se remplit toujours avec des quantités de matière.

Etat	Avancement	2 CuO (s)	+	C (s)	→	CO ₂ (g)	+	2 Cu (s)
initial mol	0	0,20		0,30		0		0
intermédiaire	x	0,20-2x		0,30-x		x		2x
final	x _{max}	0,20-2x _{max}		0,30-x _{max}		x _{max}		2x _{max}
	0,10	0		0,20		0,10		0,20

Remplissage du tableau :

- 1^{ère} ligne : quantités de réactifs à disposition à l'état initial (pour avancement x=0) ; pas de réactifs présents au début de la réaction
- 2^{ème} ligne :
L'équation nous indique que lorsqu'1 mole de CO₂ se forme, 2 moles de Cu se forment également. En conséquence, lorsque la formation de x moles de CO₂ s'accompagne de la formation de 2x moles de Cu.
Réagissent alors 2x moles de CuO et x moles de C. En conséquence il reste (0,20 - 2x) moles de CuO et (0,30 - x) moles de C lorsqu'on a atteint l'avancement x de la transformation.
- 3^{ème} ligne : on recopie la ligne précédente en remplaçant x par x_{max}.

Recherche de x_{max} et du réactif limitant :

Si CuO est limitant : $0,20 - 2x_{\max} = 0$ soit $x_{\max} = 0,10 \text{ mol}$

Si C est limitant : $0,30 - x_{\max} = 0$ soit $x_{\max} = 0,30 \text{ mol}$

On retient x_{max} = 0,10 mol ; CuO est le réactif limitant.

Remplissage 4^{ème} ligne (valeurs numériques)

Au cours de la réaction, 0,20 mol de CuO réagissent avec 0,10 mol de C ; il se forme alors 0,10 mol de CO₂ et

- On fait réagir 0,10 mol d'aluminium et 6 moles de H⁺ selon la réaction suivante. Décrire le système lorsque la réaction s'arrête.

Etat	Avancement	2 Al (s)	+	6 H ⁺ (aq)	→	2 Al ³⁺ (aq)	+	3 H ₂ (g)
initial mol	0	0,10		0,30		0		0
intermédiaire	x	0,10-2x		0,30-6x		2x		3x
Final	x _{max}	0,10-2x _{max}		0,30-6x _{max}		2x _{max}		3x _{max}
	0,050	0		0		0,10		0,15

Recherche de x_{max} et du réactif limitant :

Si Al est limitant : $0,10-2x_{\max}=0$ soit $x_{\max}=0,050\text{mol}$

Si H^+ est limitant : $0,30-6x_{\max}=0$ soit $x_{\max}=0,050\text{mol}$

On retient $x_{\max}=0,050\text{mol}$; Al et H^+ sont tous les deux limitants, les proportions sont stœchiométriques.

Remplissage 4ème ligne (valeurs numériques).

Au cours de la réaction, 0,10mol de Al réagissent avec 0,30mol de H^+ ; il se forme alors 0,10mol de Al^{3+} et 0,15mol de H_2 .

II. On connaît la quantité d'un des réactifs ; on cherche quelle(s) quantité(s) minimales des autres réactifs sont nécessaires pour que le mélange soit stœchiométrique :

- Calculer la quantité de matière de chlorure de titane TiCl_4 pour faire réagir tout le magnésium Mg. Faire le bilan de matière à l'état final.

Etat	Avancement	$\text{TiCl}_4(\text{aq})$	+	$2 \text{Mg}(\text{aq})$	→	$\text{Ti}(\text{s})$	+	$2 \text{MgCl}_2(\text{s})$
initial mol	0	n		0,30		0		0
intermédiaire	x	n-x		0,30-2x		x		2x
final	x_{\max}	$n-x_{\max} = 0$		$0,30-2x_{\max} = 0$		x_{\max}		$2x_{\max}$
	0,15	0		0		0,15		0,30

Remplissage du tableau :

- 1^{ère} ligne : On cherche la quantité minimale de TiCl_4 ; on appelle « n » cette quantité inconnue.
- 2^{ème} ligne : même méthode que dans les exemples précédents
- 3^{ème} ligne : il faut pour faire réagir tout le Mg ; les proportions de départ doivent donc stœchiométriques (plus d'excès de réactifs lorsque $x=x_{\max}$, en fin de réaction), ce qui se traduit par le fait que les deux réactifs doivent entièrement disparaître lorsque $x = x_{\max}$.

Recherche de x_{\max} :

d'après la seconde colonne du tableau : $0,30-2x_{\max}=0$ soit $x_{\max}=0,15\text{mol}$

(remarque : ici, pas d'autres choix possible car les proportions de départ sont stœchiométriques)

Calcul de n :

d'après la première colonne du tableau : $n-x_{\max}=0$ soit $n=0,15\text{mol}$

Conclusion :

Remplissage 4ème ligne (valeurs numériques).

Pour faire réagir 0,30mol de Mg, il faut 0,15mol de TiCl_4 ; il se forme alors 0,15mol de Ti et 0,30mol de MgCl_2 .

III. On connaît la quantité de produit à fabriquer ; on cherche quelles quantités minimales de réactifs sont nécessaires (le mélange initial est alors stœchiométrique) :

- Calculer les quantités de matière n_1 d'oxyde d'aluminium Al_2O_3 et n_2 de carbone C qui permettent d'obtenir 600 mol d'aluminium Al. Faire le bilan de matière à l'état final.

Etat	Avancement	$2 \text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$	+	$3 \text{C}(\text{s})$	→	$3 \text{CO}_2(\text{g})$	+	$4 \text{Al}(\text{s})$
initial mol	0	n_1		n_2				
intermédiaire	x	n_1-2x		n_2-3x		3x		4x
final	x_f	$n_1-2x_{\max} = 0$		$n_2-3x_{\max} = 0$		$3x_{\max}$		$4x_{\max}$
		0		0		450		600

Remplissage tableau :

- a. 1^{ère} ligne : on appelle n_1 et n_2 les quantités inconnues
- b. 2^{ème} ligne : appliquer la méthode
- c. 3^{ème} ligne : les quantités de réactifs à déterminer sont forcément stoechiométriques ; ils disparaissent entièrement à la fin de la réaction : $n_1 - 2x_{\max} = 0$ et $n_2 - 3x_{\max} = 0$

Recherche de x_{\max} :

d'après la colonne 4 du tableau : $4x_{\max} = 600$ soit $x_{\max} = 150 \text{ mol}$

Quantités de réactifs initiales :

d'après la colonne 1 : $n_1 - 2x_{\max}$ soit $n_1 = 2x_{\max} = 300 \text{ mol}$

d'après la colonne 2 : $n_2 - 3x_{\max}$ soit $n_2 = 3x_{\max} = 450 \text{ mol}$

Conclusion :

Remplissage 4^{ème} ligne (valeurs numériques).

Pour former 600 mol d'Al, il faut 300 mol de Al_2O_3 et 450 mol de C. Il se forme alors 450 mol de CO_2 et 600 mol de A.