

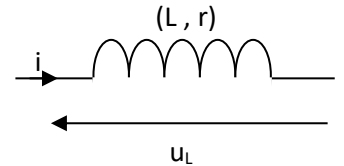
# Etude du dipôle (R, L)

## I. Relation intensité – tension pour une bobine :

Une bobine est constituée d'un enroulement de fils. L'enroulement est formé d'un grand nombre de spires. Le centre de l'enroulement est appelé « noyau » ; il peut être constitué de différents milieux qui canalisent plus ou moins le champ magnétique (en fer, par exemple).

Le comportement de la bobine dans les circuits électriques est dû à ses propriétés magnétiques. L'étude de ses propriétés magnétiques n'entre pas dans le programme de cette année.

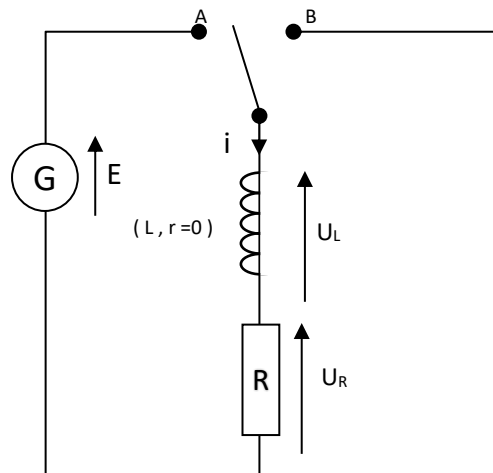
On représente une bobine de façon suivante :



La relation entre la tension à ses bornes et l'intensité du courant qui traverse la bobine est :  $u_L = r \cdot i + L \frac{di}{dt}$  (pour l'orientation indiqué sur le schéma)

- où L est appelé inductance de la bobine, mesurée en Henry (H), caractéristique de la bobine (varie avec la nature du centre du « noyau » de la bobine)  
et r est la résistance interne de la bobine, mesurée en Ohm ( $\Omega$ ), correspondant à la résistance des fils ; la résistance interne de la bobine pourra certaines fois être considérée nulle lorsqu'elle sera négligeable devant la résistance des conducteurs ohmiques présents dans le circuit.

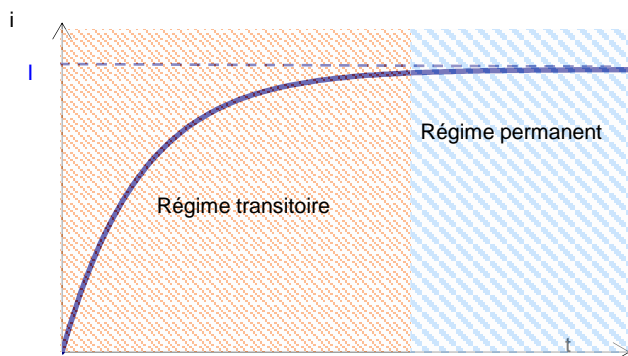
## II. Comportement d'une bobine dans un circuit électrique :



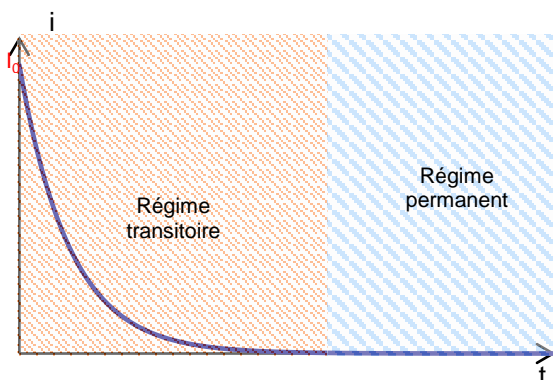
L'expérience (observation des variations de i) montre que :

<https://www.youtube.com/watch?v=isllsO6agrc>

Le courant ne s'établit pas instantanément. On parle de « retard à l'établissement du courant »



Le courant ne s'interrompt pas instantanément. On parle de « retard à la rupture du courant ».



Le régime transitoire correspond à la durée pendant laquelle le courant apparaît dans le circuit ; on parle de retard à l'établissement car l'apparition du courant n'est pas instantanée.  
Le régime permanent est établi lorsque le courant est établi dans le circuit et atteint une valeur constante I.

Le régime transitoire correspond à la durée pendant laquelle le courant disparaît dans le circuit ; on parle de retard à la rupture car la disparition du courant n'est pas instantanée.

Le régime permanent est établi lorsque le courant s'annule dans le circuit.

L'étude théorique qui suit montre le rôle de la bobine :

- lors de l'établissement du courant dans le circuit (interrupteur en position A)
- lors de la rupture du courant dans le circuit (interrupteur en position B)

### A. Etude de l'établissement du courant

On place d'abord le circuit en position A.

1. Donner l'expression de la tension aux bornes de la bobine  $u_L = L \frac{di}{dt}$
2. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité du courant dans la boucle.

D'après la loi d'additivité des tensions :  $u_L + u_R = E$  d'où  $L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = E$

soit :  $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$

3. Résoudre cette équation différentielle

- Equation différentielle homogène :  $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = 0$

soit :  $\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}$  qui conduit à  $\ln i = -\frac{R}{L} \cdot t + Cste$

d'où  $i = e^{-\frac{R}{L} \cdot t + Cste} = e^{Cste} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$  soit  $i = A \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$

- Recherche d'une solution particulière :  $i_p = \frac{E}{R}$

- Solution générale :  $i(t) = i + i_p = A \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} + \frac{E}{R}$

- Détermination de la constante A :

à  $t = 0$  on sait que  $i = 0$

or d'après la solution générale :  $i(0) = A + \frac{E}{R}$

D'où  $A + \frac{E}{R} = 0$  soit  $A = -\frac{E}{R}$

- Conclusion :  $i(t) = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t})$

4. Calculer l'intensité du courant en régime permanent ; comment se comporte alors la bobine ?

Lorsque le régime permanent est atteint,  $i = I = cste$  d'où  $\frac{di}{dt} = 0$ .

L'équation différentielle devient :  $0 + \frac{R}{L} \cdot I = \frac{E}{L}$  soit  $I = \frac{E}{R}$

La bobine se comporte alors comme un fil.

Remarque : pendant le régime transitoire :  $i(t) = I \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t})$

5. Que peut-on dire de l'établissement du courant lorsque R augmente ? Lorsque L augmente ?

Quels sont les effets de ces variations sur l'intensité du courant permanent ?

Lorsque R augmente,  $\tau$  diminue ; le régime permanent est atteint plus rapidement.

Le courant permanent est de plus en plus faible.

Lorsque L augmente,  $\tau$  augmente ; le régime permanent est atteint moins rapidement.

Les variations de L n'ont pas d'influence sur l'intensité du courant permanent.

## B. Etude de la rupture du courant

On place maintenant l'interrupteur en position B. Cet instant est considéré comme le nouvel instant initial.

1. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité du courant dans la boucle.

D'après la loi d'additivité des tensions :  $u_L + u_R = 0$

$$\text{d'où } L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0$$

$$\text{soit : } \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = 0$$

2. Résoudre l'équation différentielle.

- Solution générale :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = 0 \text{ soit : } \frac{\frac{di}{i}}{\frac{dt}{i}} = -\frac{R}{L} \quad \text{qui conduit à} \quad \ln i = -\frac{R}{L} \cdot t + Cste$$

$$\text{d'où } i = e^{-\frac{R}{L} \cdot t + Cste} = e^{Cste} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \quad \text{soit } i = A \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

- Détermination de la constante  $A$  :

$$\text{à } t = 0, \text{ on sait que } i(0) = I = \frac{E}{R}$$

$$\text{or d'après la solution } i(0) = A$$

$$\text{donc } A = \frac{E}{R}$$

- Conclusion :  $i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = I \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$

## III. Conclusion générale :

La bobine s'oppose aux variations du courant dans le circuit :

- elle tend à s'opposer à l'apparition du courant en créant un courant contraire
- elle tend à s'opposer à la disparition du courant en créant elle-même un courant

Il en résulte que les variations du courant dans le circuit ne subissent aucune discontinuité.

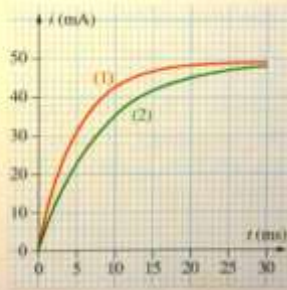
#### 4. Calculer la tension aux bornes d'une bobine

Un circuit électrique comporte une bobine d'inductance  $L = 1,0 \text{ H}$  et de résistance  $r = 10 \Omega$ .

1. Représenter cette bobine, de bornes  $C$  et  $D$ , orientée de  $C$  vers  $D$ . Flécher la tension  $u_L$  à ses bornes en convention récepteur.
2. Quelle est l'expression de la tension  $u_L$  en fonction de l'intensité  $i$  du courant?
3. Quelle est la valeur de cette tension lorsque l'intensité  $i$  est :
  - constamment nulle?
  - constante et égale à  $50 \text{ mA}$ ?
4. Durant  $10 \text{ ms}$ , cette bobine est traversée par un courant variant dans le temps suivant l'équation  $i(t) = 4,0 t$ , avec  $i$  en ampère et  $t$  en seconde.
  - a. Quelle est la valeur de l'intensité à la date  $t = 5,0 \text{ ms}$ ?
  - b. Quelle est la valeur de  $\frac{di}{dt}$  à la date  $t = 5,0 \text{ ms}$ ? Préciser son unité.
  - c. Quelle sera la valeur de la tension  $u_L$  à cette date?

#### 9. Connaître l'expression de la constante de temps d'un dipôle ( $R, L$ )

1. Rappeler l'expression de la constante de temps  $\tau$  d'un dipôle ( $R, L$ ) soumis à un échelon de tension. Préciser les unités.
2. On a enregistré ci-dessous l'évolution de l'intensité du courant dans deux dipôles ( $R, L$ ).
  - a. Déterminer les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  de ces dipôles.
  - b. L'enregistrement 1 a été effectué avec une résistance  $R_1 = 50 \Omega$ . Déterminer la valeur de l'inductance  $L_1$  correspondante.
  - c. L'enregistrement 2 a été effectué avec une inductance de valeur  $L_2 = 300 \text{ mH}$ . Déterminer la valeur de la résistance  $R_2$  correspondante.



#### 10. Maîtriser l'équation différentielle

On considère un circuit composé par l'association en série d'un générateur, délivrant une tension continue de valeur  $E = 8,0 \text{ V}$ , d'un interrupteur, d'une bobine d'inductance  $L = 75 \text{ mH}$  et de résistance  $r = 17 \Omega$ , et d'un conducteur ohmique de résistance  $r' = 33 \Omega$ .

1. On ferme l'interrupteur à la date  $t = 0$ .
  - a. Schématiser le montage. Orienter le circuit et flécher les tensions aux bornes des divers dipôles (préciser la convention adoptée).
  - b. Établir l'équation différentielle traduisant l'évolution, au cours du temps, de l'intensité  $i$  du courant dans le circuit.
  - c. Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la

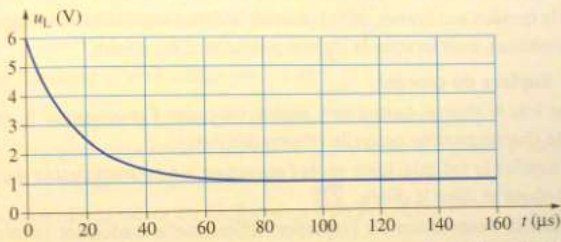
forme :

$$i(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right).$$

2. Représenter graphiquement l'évolution de l'intensité du courant en fonction du temps en utilisant les valeurs numériques de l'énoncé.

### 15. Évolution au cours du temps de la tension aux bornes d'une bobine

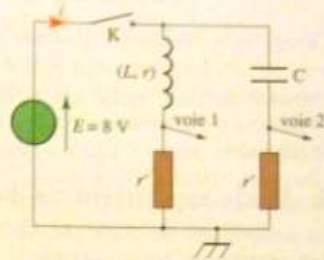
Dans un circuit en série, on place un générateur de tension continue, un interrupteur, un conducteur ohmique de résistance  $R = 50 \Omega$  et une bobine d'inductance  $L = 1,0 \text{ mH}$  et de résistance  $r = 10 \Omega$ . On ferme le circuit et, à l'aide d'un système informatisé, on visualise la tension  $u_L$  aux bornes de la bobine au cours du temps (voir le graphique ci-dessous).



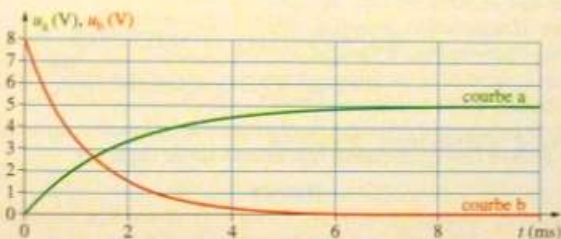
- Rappeler l'expression de la tension  $u_L$  aux bornes d'une bobine en fonction de l'intensité  $i$  du courant qui la traverse.
- Que devient l'expression de  $u_L$  lorsque l'intensité du courant qui la traverse est constante ?
- À partir de quelle date, l'intensité du courant traversant la bobine est constante ?
- Calculer la valeur de l'intensité du courant traversant la bobine lorsqu'elle est constante.
- Déterminer graphiquement la constante de temps et la comparer à la valeur théorique.

### 21. Réponses comparées à un échelon de tension

Lors d'une séance de travaux pratiques, on réalise le montage ci-contre sur lequel on a représenté les branchements d'un système d'acquisition. Les deux résistances  $r'$  ont même valeur  $r' = 100 \Omega$  et le condensateur est déchargé avant la fermeture de l'interrupteur.



Le document ci-dessous montre les courbes obtenues. La date  $t = 0$  coïncide avec la fermeture de l'interrupteur K.



- Attribuer à chaque courbe (a) ou (b) la voie d'enregistrement du système d'acquisition (voie 1 ou voie 2). Justifier.
- a. Déterminer la constante de temps  $\tau_2$  du dipôle constitué du condensateur et de la résistance  $r'$ .  
b. En déduire la capacité  $C$  du condensateur.
- a. Calculer l'intensité  $I_{0,1}$  du courant dans la bobine lorsque le régime permanent est atteint.  
b. En déduire la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.  
c. Déterminer la constante de temps  $\tau_1$  du dipôle constitué de la bobine et de la résistance  $r'$ .  
d. Déduire des résultats précédents l'inductance  $L$  de la bobine.