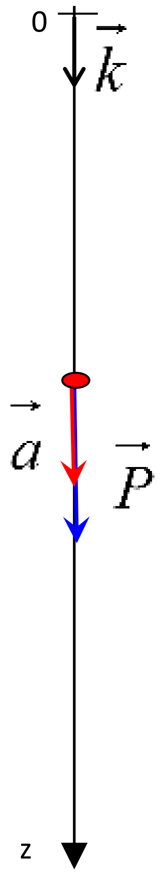
Chute

On étudie le mouvement d'un corps (bille) de masse m ; la masse volumique du corps est appelée ρ et son volume V.
L'intensité de la pesanteur est notée g.

I. Chute libre :

1. Définition :

   Chute libre : chute sous la seule action du poids



2. Conditions initiales :

   On suppose que le corps commence à chuter à t=0 ; Que peut-on dire de la vitesse initiale ?

3. Choix du repère :

   On choisit un axe Oz vertical orienté vers le bas ; à t=0, le corps est à l'origine du repère (en O)

4. Bilan des forces :

   a. Faire le bilan des forces qui agit sur le corps au cours de son mouvement de chute.
   b. Exprimer les forces en fonction de leur intensité et du vecteur unitaire $\vec{k}$.

   c. Dessiner le vecteur accélération ; donner son expression en fonction de

5. Etude dynamique :

   a. Appliquer la deuxième loi de Newton et montrer que la vitesse de la bille s'exprime de façon suivante :
   $v = g \cdot t + A$ où A est une constante à déterminer en utilisant les conditions initiales de la chute.

   b. On rappelle que $v = \frac{dz}{dt}$. Montrer que l'équation horaire de la chute libre est du type : $z = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + B$
   où B est une constante à déterminer en utilisant les conditions initiales.

   c. La vitesse et la distance parcourue au cours de la chute libre d'un objet dépendent-elles de sa masse ?

6. Graphes :

   Tracer l'allure des graphes v=f(t) et z=f(t)

II. Chute avec frottement : cas où $\vec{f} = -k\,.\vec{v}$

1. Conditions initiales :

   On suppose que le corps commence à chuter à t=0 ; Que peut-on dire de la vitesse initiale ?

2. Choix du repère :

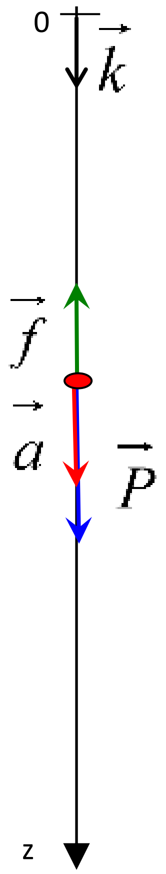
   On choisit un axe Oz vertical orienté vers le bas ; à t=0, le corps est à l'origine du repère (en O)

3. Bilan des forces :

   Faire le bilan des forces qui agit sur le corps au cours de son mouvement de chute.

   Exprimer les forces en fonction de leur intensité et du vecteur unitaire $\vec{k}$.

   Dessiner le vecteur accélération ; donner son expression en fonction de $a = \frac{dv}{dt}$ et $\vec{k}$.



4. Montrer que l'équation différentielle précédente peut alors se mettre sous la forme : $\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} + B \cdot v = A$
   Donner l'expression littérale de A et de B.

5. Résolution de l'équation différentielle :
   Méthode :
   - On résout d'abord l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = 0$.
   - On cherche une solution particulière à l'équation $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g$
   - La solution générale de cette équation sera la somme des deux solutions déterminées précédemment.
   - On utilise les conditions initiales pour déterminer les éventuelles constantes d'intégration

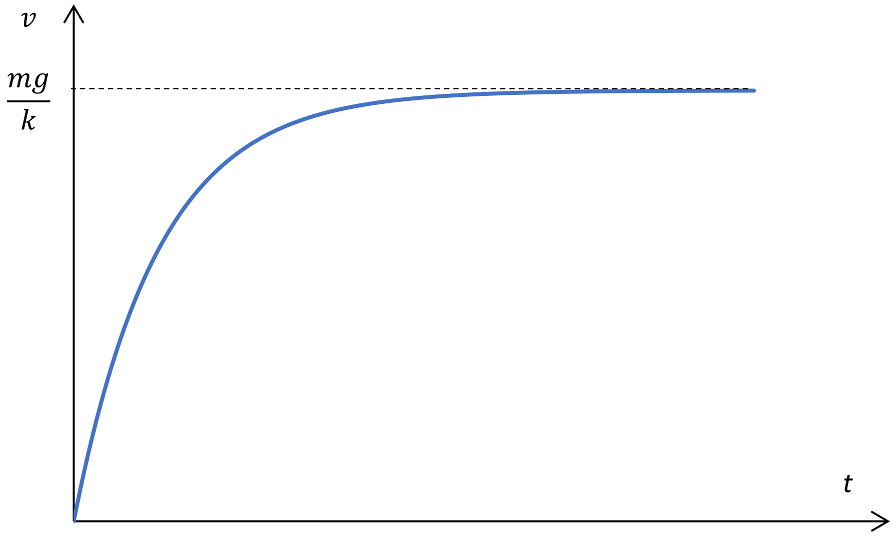
   a. Résolution de l'équation $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = 0$, appelée équation différentielle homogène associée :

   b. Recherche d'une solution particulière de $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g$

   c. Expression de la solution générale :

   d. Détermination de la constante K :

6. Tracer le graphe représentant l'évolution de la vitesse v en fonction du temps :



v
$\frac{mg}{k}$
t

III. Deuxième cas : l'intensité de la force de frottement s'exprime de la façon suivante $f = k \cdot v^2$ (on parle de frottements visqueex)

Dans ce cas, l'équation différentielle se met sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v^2 = g$

1. Vitesse limite :

   a. Expliquer qualitativement comment la prise en compte de la force de frottement permet d'expliquer que le corps atteint une vitesse limite au bout d'un certain de chute.

   b. Lorsque la vitesse de la bille atteint la vitesse limite v_{lim}, que devient le terme $\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$ de les équations différentielles précédentes ?
   En déduire les expressions littérales des vitesses limites possibles v_{Lim}

2. Evolution de la vitesse : graphe v=f(t) :

On ne peut trouver une solution à l'équation différentielle de cette chute.
On cherche à tracer l'évolution de la vitesse v=f(t) en utilisant la méthode d'Euler, méthode qui permet de résoudre numériquement l'équation différentielle. Elle consiste à calculer par petits pas ($\Delta t = 0{,}1\ s$) la vitesse v de la bille et son accélération $a = \frac{dv}{dt}$ à partir de $t = 0$.
L'approximation d'Euler est la suivante : on considère que l'accélération est constante pendant le pas Δt. Il en résulte que $a \approx \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}$

Donnée : $\frac{k}{m} = 0{,}8$

L'équation différentielle est : $\frac{dv}{dt} + 0{,}8\,.\,v^2 = 9{,}8$ d'où

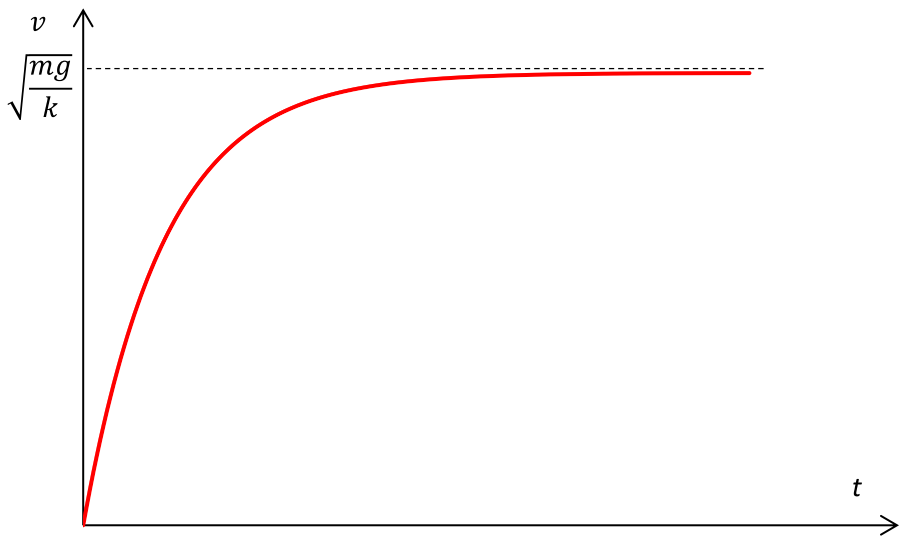
a. Donner l'expression de l'accélération.

b. Donner l'expression de la vitesse $v(t + \Delta t)$ en utilisant l'approximation d'Euler en utilisant $v(t)$, a et Δt.

c. Remplir le tableau suivant : (Détailler les 3 premières lignes de calcul)

t (s)	v ($m.s^{-1}$)	$a = \frac{dv}{dt}$ ($m.s^{-2}$)
0		
0,1		
0,2		

d. Reproduire ce tableau avec Excel, en calculant la vitesse pendant 10s.



On remarque que pendant les tous premiers instants du mouvement, le corps peut être considéré en chute « libre ».