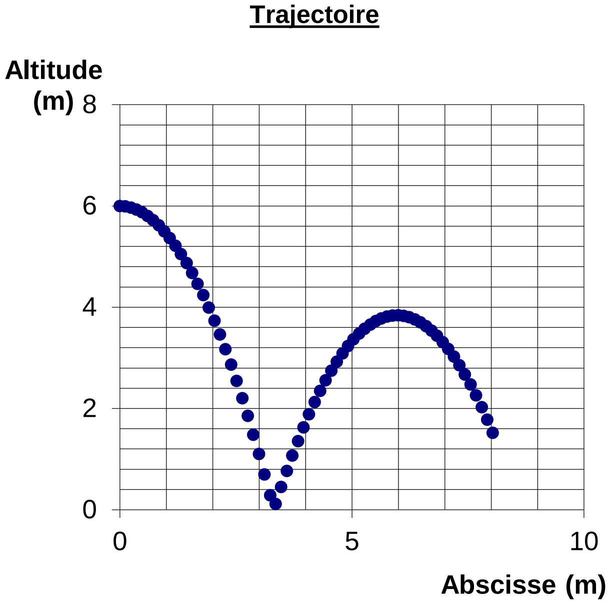
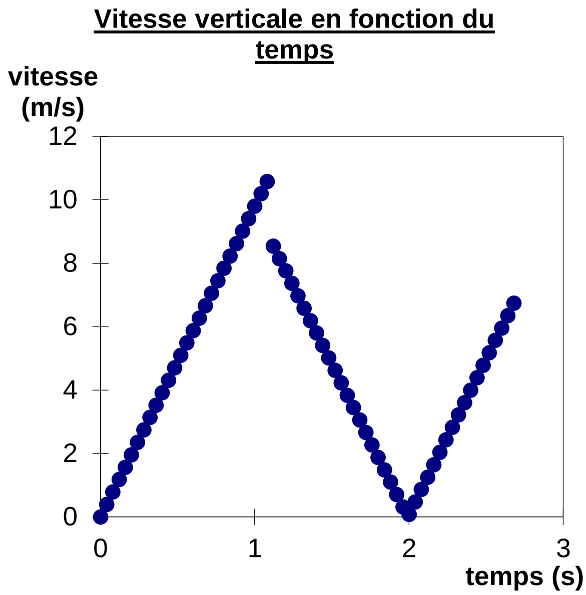
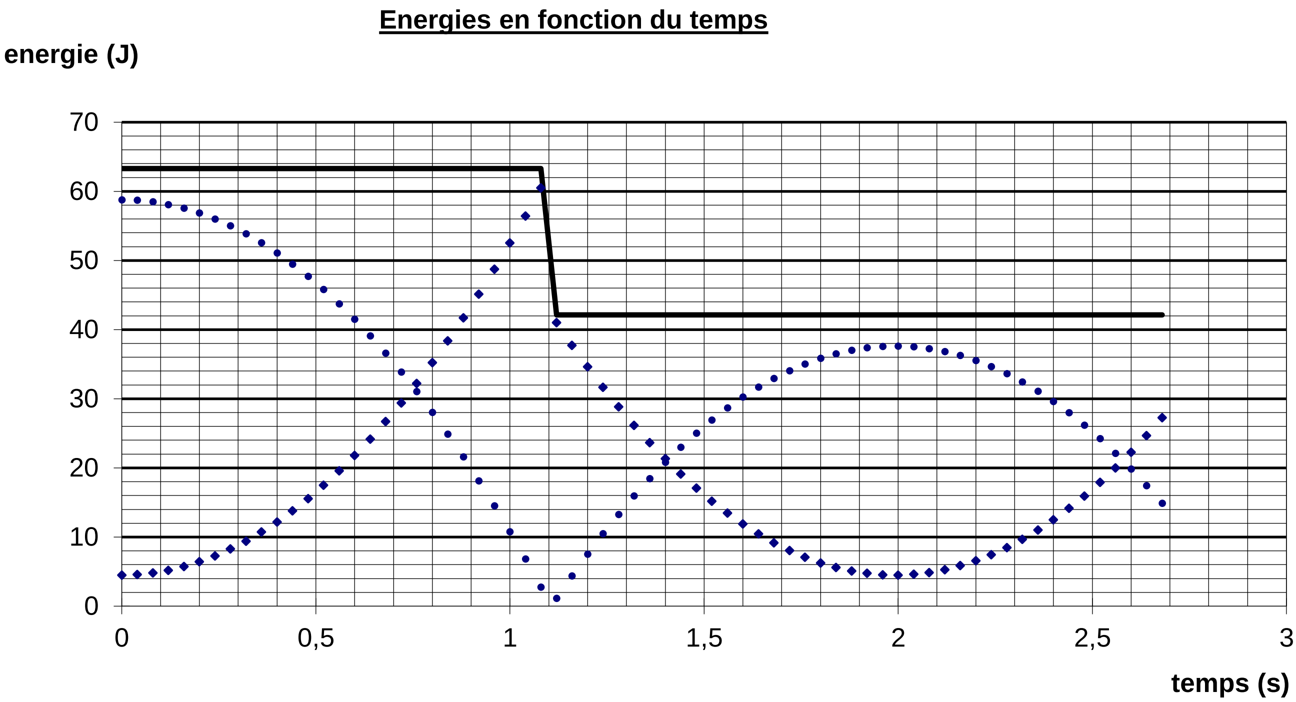
Rebond d'une balle

Ci-dessous sont données différentes courbes relatives au mouvement d'une balle. A partir des documents, répondre aux questions suivantes :

1. De quelle hauteur est lâchée la balle.
2. Sur chacun des graphiques, indiquer le rebond.
3. Comment évoluent les énergies cinétiques et potentielles avant le rebond ?
   A quelle énergie correspond chacune des courbes représentées sur le troisième graphique.
4. Pour le calcul de l'énergie potentielle, où a-t-on choisi l'origine des énergies potentielles de pesanteur ? Justifiez.
5. A partir de la courbe donnant l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur, calculer la masse de la balle.
6. La balle possède-t-elle une vitesse initiale ? Si oui, définir sa direction et son intensité.
7. Que peut-on dire de l'énergie mécanique de la balle avant et après le rebond ?
8. Calculer le pourcentage d'énergie perdue au moment du rebond. Où passe cette énergie ?
9. Calculer la hauteur maximale atteinte par la balle au rebond suivant, si on considère que le pourcentage d'énergie perdue reste le même.

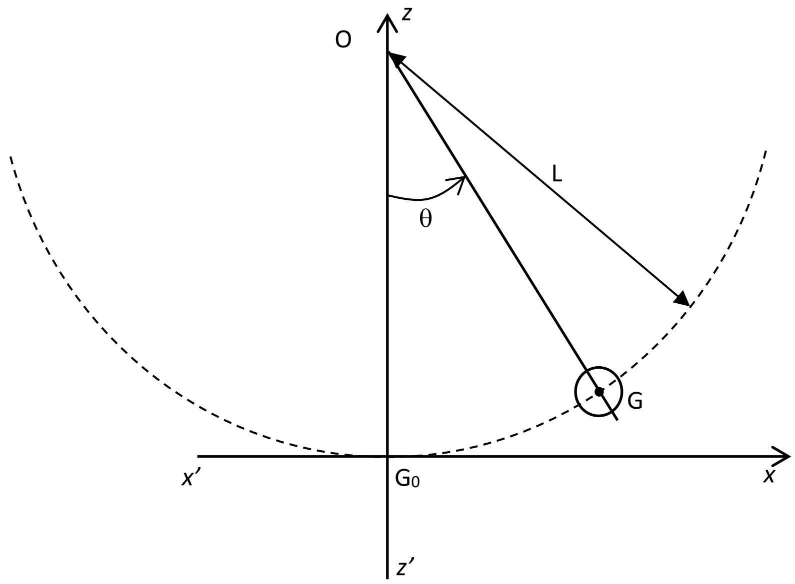






Pendule simple et énergie

Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement.



Ce pendule est constitué du mobile à coussin d'air de masse *m*, adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O.
On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L.
Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal *xx'* et à un axe vertical *zz'*, d'origine G_0, orientés comme l'indique la figure ci-contre.

Données :
L = 41 cm ; *m* = 236 g ; g = 9,8 m.s^{-2}

À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile. On obtient la succession de points représentée sur le document n°1.

1. **Étude du mouvement**
   L'intervalle de temps entre deux points consécutifs est τ = 30 ms.

1.1. Déterminer, dans le système d'axes, les valeurs v_3 et v_5 des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5.
Représenter ces vecteurs, sur le document n°1, en annexe à rendre avec la copie,
à l'échelle :1 cm → 0,1 m.s^{-1}.

1.2. Construire, avec l'origine au point G_4, le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_4} = \overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}$ et déterminer, à l'aide de l'échelle précédente la valeur Δv_4 du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_4}$.

1.3. Calculer la valeur a_4 du vecteur accélération du centre d'inertie au point G_4.

2. **Étude énergétique**

2.1. **Étude théorique**
Rappeler l'expression en explicitant chaque terme :

2.1.1. de l'énergie cinétique du pendule simple ainsi constitué,

2.1.2. de l'énergie potentielle du pendule en fonction de *z*, puis en fonction de θ. Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre.

2.1.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du pendule.

2.2. Exploitation des courbes d'énergie

2.2.1. En justifiant votre choix, attribuer l'énergie correspondant à chaque type de courbe ci-après.

2.2.2. Expliquer brièvement ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.

2.2.3. Calculer les valeurs de la vitesse maximale du pendule, de la hauteur maximale atteinte par le pendule et de l'abscisse angulaire maximale du pendule.

3. **Étude des oscillations**
Faire l'analyse dimensionnelle des quatre formules suivantes. En déduire l'expression de la période propre des petites oscillations d'un pendule simple.

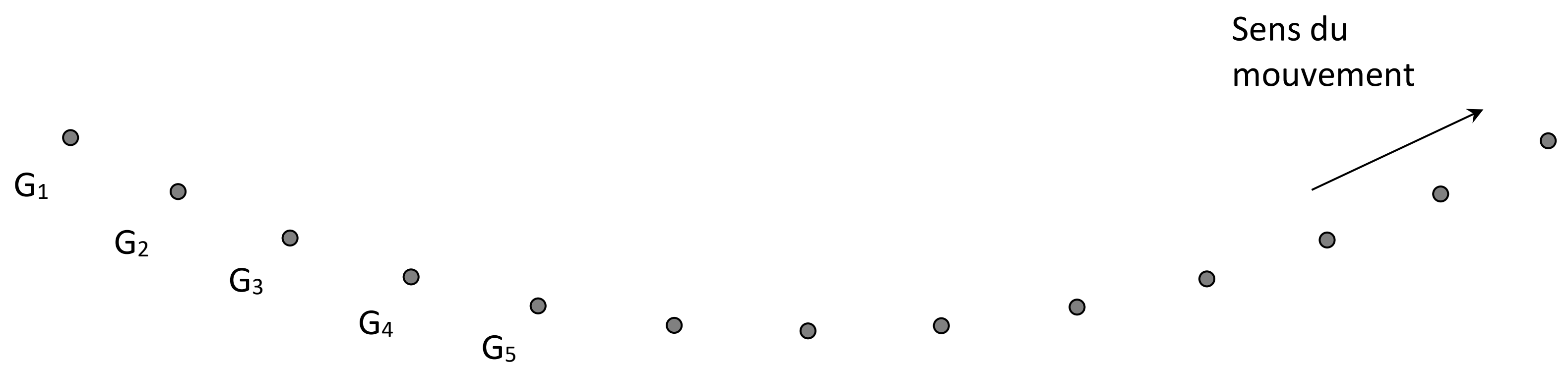
$T_0 = 2\pi \dfrac{mg}{L}$; $T_0 = 2\pi \sqrt{\dfrac{g}{L}}$; $T_0 = 2\pi \dfrac{L}{g}$; $T_0 = 2\pi \sqrt{\dfrac{L}{g}}$.

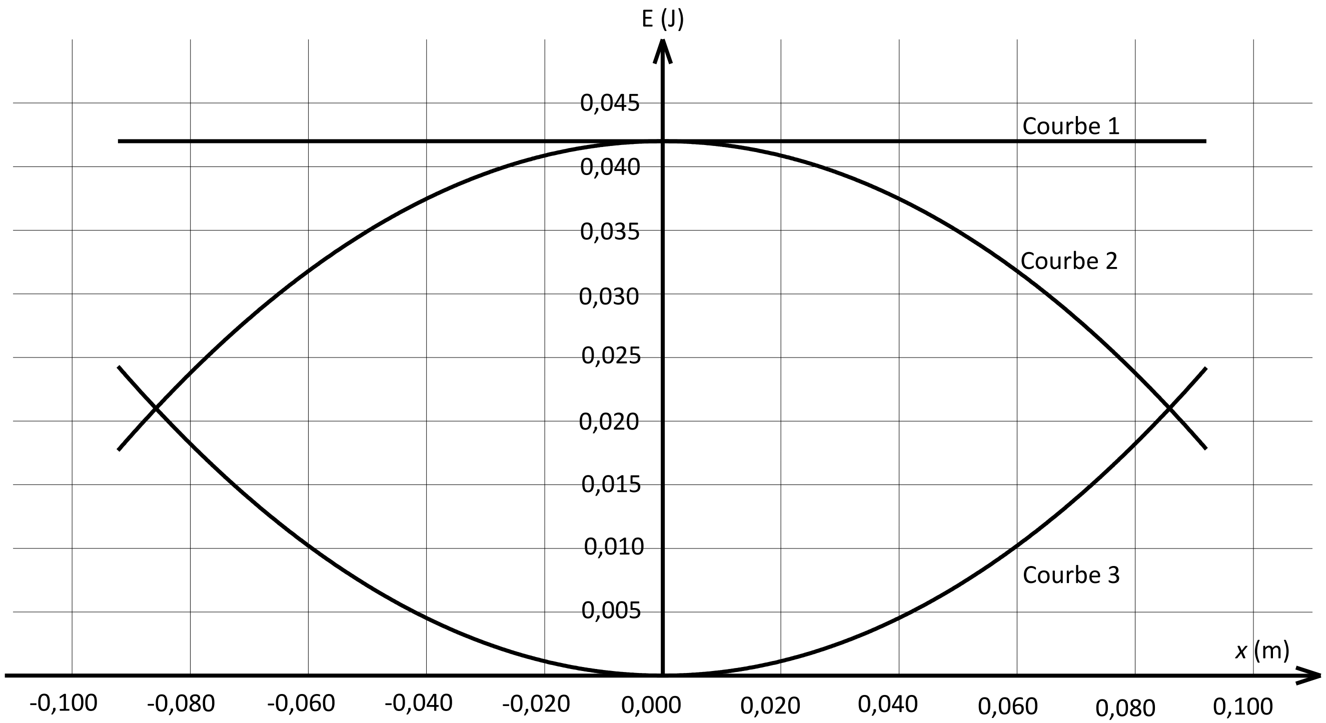
4. Dans la réalité, au cours du temps, on constate que les oscillations sont légèrement amorties.

   4.1. Quelle est l'origine de cet amortissement ?

   4.2. Que devient l'énergie perdue ?

Document n°1 : positions du centre d'inertie du mobile (échelle 1)



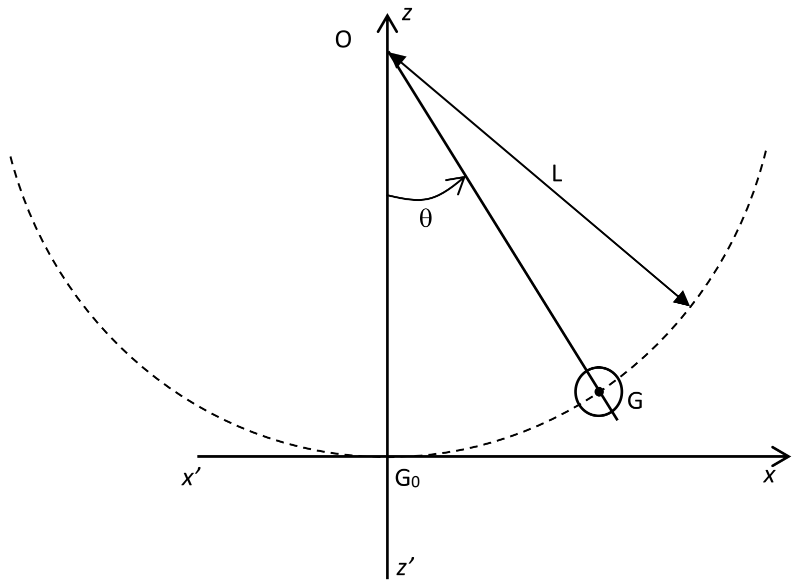


1.	La balle est lâchée d'une hauteur z_0 = 6m	*
4.	D'après le graphe $Ep = 0$ lorsque $z = 0$ (voir au niveau du rebond) Il résulte l'expression de l'énergie potentielle pour une altitude z : $Ep = mgz$	*
5.	Au départ du mouvement (t=0), on peut constater que $Ep_0 = 59J$ et on a vu que $z_0 = 6m$ Or $Ep_0 = mgz_0$ D'où $m = \frac{Ep_0}{g \cdot z_0}$ A.N. $m = \frac{59}{9{,}8 \times 6} = 1{,}00kg$	* * * *
6.	D'après le second graphique, la balle ne possède pas de vitesse initiale dans la direction verticale ($v_{verticale} = 0$). Cependant, on constate que sur le second graphique, l'énergie cinétique de la balle n'est pas nulle au départ mais à la valeur : $Ec_0 = 5J$. De plus, le mouvement n'est pas verticale ; il existe donc bien une vitesse initiale horizontale ! On a donc $Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ d'où $v_0 = \sqrt{\frac{2Ec_0}{m}}$ A.N. $v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 5}{1}} = 3{,}16m.s^{-1}$	* * * * *
7.	On constate que l'énergie mécanique se conserve avant le premier rebond.	*
8.	Pourcentage d'énergie perdue : $\% perdu = \frac{Em_{avant} - Em_{après}}{Em_{avant}} \times 100$ A.N. $\% perdu = \frac{64 - 42}{64} \times 100 = 34{,}4\%$ Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur lors du rebond	* * *
9.	Calculons l'énergie mécanique après le second rebond : $Em_{après} = Em_{avant} - \frac{\% perdu \times Em_{avant}}{100}$ A.N. $Em_{après} = 42 - \frac{34{,}4 \times 42}{100} = 27{,}6J$ Expression de cette énergie : $Em = Ec + Ep$ Avec $Ec = \frac{1}{2}mv_0^2$ car la balle a conservée sa vitesse initiale horizontale v_0 en haut de sa trajectoire, mais n'a plus de vitesse verticale et $Ep = mgh$ où h est la hauteur maximale atteinte après le second rebond on a donc $Em = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$ D'où $h = \frac{Em}{mg} - \frac{v_0^2}{2g}$ A.N. $h = \frac{27{,}6}{1 \times 9{,}8} - \frac{1}{2 \times 9{,}8} \times 3{,}16^2 = 2{,}3m$	* * * * *
	TOTAL / 20	

1.	La balle est lâchée d'une hauteur z_0 = 6m	*
4.	D'après le graphe $Ep = 0$ lorsque $z = 0$ (voir au niveau du rebond) Il résulte l'expression de l'énergie potentielle pour une altitude z : $Ep = mgz$	*
5.	Au départ du mouvement (t=0), on peut constater que $Ep_0 = 59J$ et on a vu que $z_0 = 6m$ Or $Ep_0 = mgz_0$ D'où $m = \dfrac{Ep_0}{g \cdot z_0}$ A.N. $m = \dfrac{59}{9{,}8 \times 6} = 1{,}00kg$	* * * *
6.	D'après le second graphique, la balle ne possède pas de vitesse initiale dans la direction verticale ($v_{verticale} = 0$). Cependant, on constate que sur le second graphique, l'énergie cinétique de la balle n'est pas nulle au départ mais à la valeur : $Ec_0 = 5J$. De plus, le mouvement n'est pas verticale ; il existe donc bien une vitesse initiale horizontale ! On a donc $Ec_0 = \dfrac{1}{2}mv_0^2$ d'où $v_0 = \sqrt{\dfrac{2Ec_0}{m}}$ A.N. $v_0 = \sqrt{\dfrac{2 \times 5}{1}} = 3{,}16m.s^{-1}$	* * * * *
7.	On constate que l'énergie mécanique se conserve avant le premier rebond.	*
8.	Pourcentage d'énergie perdue : $\% perdu = \dfrac{Em_{avant} - Em_{après}}{Em_{avant}} \times 100$ A.N. $\% perdu = \dfrac{64 - 42}{64} \times 100 = 34{,}4\%$ Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur lors du rebond	* * *
9.	Calculons l'énergie mécanique après le second rebond : $Em_{après} = Em_{avant} - \dfrac{\% perdu \times Em_{avant}}{100}$ A.N. $Em_{après} = 42 - \dfrac{34{,}4 \times 42}{100} = 27{,}6J$ Expression de cette énergie : $Em = Ec + Ep$ Avec $Ec = \dfrac{1}{2}mv_0^2$ car la balle a conservée sa vitesse initiale horizontale v_0 en haut de sa trajectoire, mais n'a plus de vitesse verticale et $Ep = mgh$ où h est la hauteur maximale atteinte après le second rebond on a donc $Em = \dfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh$ D'où $h = \dfrac{Em}{mg} - \dfrac{v_0^2}{2g}$ A.N. $h = \dfrac{27{,}6}{1 \times 9{,}8} - \dfrac{1}{2 \times 9{,}8} \times 3{,}16^2 = 2{,}3m$	* * * * *
	TOTAL / 20	

Pendule simple et énergie

Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement.



Ce pendule est constitué du mobile à coussin d'air de masse *m*, adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O.

On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L.

Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal *xx'* et à un axe vertical *zz'*, d'origine G_0, orientés comme l'indique la figure ci-contre.

Données :

L = 41 cm ; m = 236 g ; g = 9,8 m.s^{-2}

À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile. On obtient la succession de points représentée sur le document n°1.

3. **Étude du mouvement**

L'intervalle de temps entre deux points consécutifs est τ = 30 ms.

3.1. Déterminer, dans le système d'axes, les valeurs v_3 et v_5 des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5.
Représenter ces vecteurs, sur le document n°1, en annexe à rendre avec la copie,
à l'échelle :1 cm → 0,1 m.s^{-1}.

$v_3 = \dfrac{G_2G_4}{2\tau}$ A.N. $v_3 = \dfrac{3{,}3.10^{-2}}{2\times 30.10^{-3}} = 5{,}5.10^{-1}\,m.s^{-1}$ $\left\|\overrightarrow{v_3}\right\| = 5{,}5cm$

$v_5 = \dfrac{G_4G_6}{2\tau}$ A.N. $v_5 = \dfrac{3{,}3.10^{-2}}{2\times 30.10^{-3}} = 5{,}5.10^{-1}\,m.s^{-1}$ $\left\|\overrightarrow{v_5}\right\| = 5{,}5cm$

3.2. Construire, avec l'origine au point G_4, le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_4} = \overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}$ et déterminer, à l'aide de l'échelle précédente la valeur Δv_4 du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_4}$.

$\left\|\overrightarrow{\Delta v_4}\right\| = 0{,}92cm$ d'où $\Delta v_4 = 9{,}2.10^{-2}$m.s^{-1}

3.3. Calculer la valeur a_4 du vecteur accélération du centre d'inertie au point G_4.

$a_4 = \dfrac{\Delta v_4}{2\tau}$ A.N. $a_4 = 3{,}1$m.s^{-2}

4. **Étude énergétique**

4.1. **Étude théorique**

Rappeler l'expression en explicitant chaque terme :

4.2.1. de l'énergie cinétique du pendule simple ainsi constitué,

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

4.2.2. de l'énergie potentielle du pendule en fonction de *z*, puis en fonction de θ. Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre.

$Ep_p = mgz + cste$ or $Ep_p=0$ pour z=0 (position d'équilibre du pendule) d'où cste=0

Soit $Ep_p = mgz$

Avec z=L.(1-cosθ), $Ep_p = mgL\cdot(1-\cos\theta)$

4.2.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du pendule.

$Em = Ep_p + Ec$

$$Em = \frac{1}{2}mv^2 + mgL\cdot(1-\cos\theta)$$

4.3. Exploitation des courbes d'énergie

4.3.1. En justifiant votre choix, attribuer l'énergie correspondant à chaque type de courbe ci-après.
Courbe 1 : Em : l'énergie mécanique se conserve (pas de frottement, pas de variation d'énergie interne)
Courbe 2 : Ec : maximale au passage à la position d'équilibre ($\theta=0$)
Courbe 3 : Ep_p : maximale lorsque le pendule est le plus écarté de sa position d'équilibre

4.3.2. Expliquer brièvement ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.
Lors des oscillations, l'énergie potentielle est convertie en énergie cinétique et vice-versa.

4.3.3. Calculer les valeurs de la vitesse maximale du pendule, de la hauteur maximale atteinte par le pendule et de l'abscisse angulaire maximale du pendule.
D'après la courbe 2 : $Ec_{max}=0,042J$, lorsque x=0 (passage à la position d'équilibre ; à ce moment, $Ep_p=0$ car z=0 d'où $Em=Ec_{max}$)

d'où $Ec_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^{2}$ soit $v_{max} = \sqrt{\frac{2Ec}{m}}$ A.N. $v_{max}=6,0.10^{-1} m.s^{-1}$

Lorsque le pendule est écarté au maximum de sa position d'équilibre :
$Ec=0$ et $Ep_p=mgL.(1-\cos\theta_{max})$
et donc $E'm=mgL.(1-\cos\theta_{max})$ à ce moment
L'énergie mécanique étant conservée, on meut écrire : $Em=E'm$
soit $Ec_{max}=mgL.(1-\cos\theta_{max})$

d'où $\cos\theta_{max} = 1 - \frac{Ec_{max}}{mgL}$ A.N. $\cos\theta_{max}=0,96$

soit $\theta_{max}=17°$

5. **Étude des oscillations**
Faire l'analyse dimensionnelle des quatre formules suivantes. En déduire l'expression de la période propre des petites oscillations d'un pendule simple.

$T_0 = 2\pi \frac{mg}{L}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$; $T_0 = 2\pi \frac{L}{g}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

$$\left[2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right] = \left[\sqrt{\frac{L}{g}}\right]$$ car 2π est sans dimension

or $$\left[\sqrt{\frac{L}{g}}\right] = [L]^{\frac{1}{2}} \cdot [g]^{-\frac{1}{2}}$$

avec $[g] = [L]\cdot[T]^{-2} = m.s^{-2}$

et $[L] = m$

D'où $$\left[\sqrt{\frac{L}{g}}\right] = m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot s^{-\frac{1}{2}\times -2} = s$$

C'est donc $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ qui est homogène à un temps. $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$

6. Dans la réalité, au cours du temps, on constate que les oscillations sont légèrement amorties.
6.1. Quelle est l'origine de cet amortissement ? Frottements
6.2. Que devient l'énergie perdue ? Chaleur

Document n°1 : positions du centre d'inertie du mobile (échelle 1)