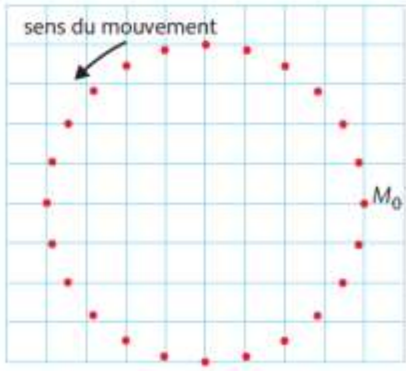
Etude de l'accélération d'un mouvement circulaire uniforme

Doc. 1 Centrifugeuse humaine

Longueur du bras (m)	18
Valeur maximale de la vitesse de rotation (tours/min)	38,6
Valeur maximale de l'accélération	30 *G*

Caractéristiques de l'une des centrifugeuses de la Cité des étoiles, près de Moscou.

Doc. 2 Mouvement d'un point *M* dans la centrifugeuse



$\Delta t = 100$ ms

L'enregistrement est disponible en taille réelle sur le site élève : lyceen.nathan.fr/sirius2017.

Problème : pourquoi utiliser une centrifugeuse pour entraîner les membres d'équipage des véhicules spatiaux ?

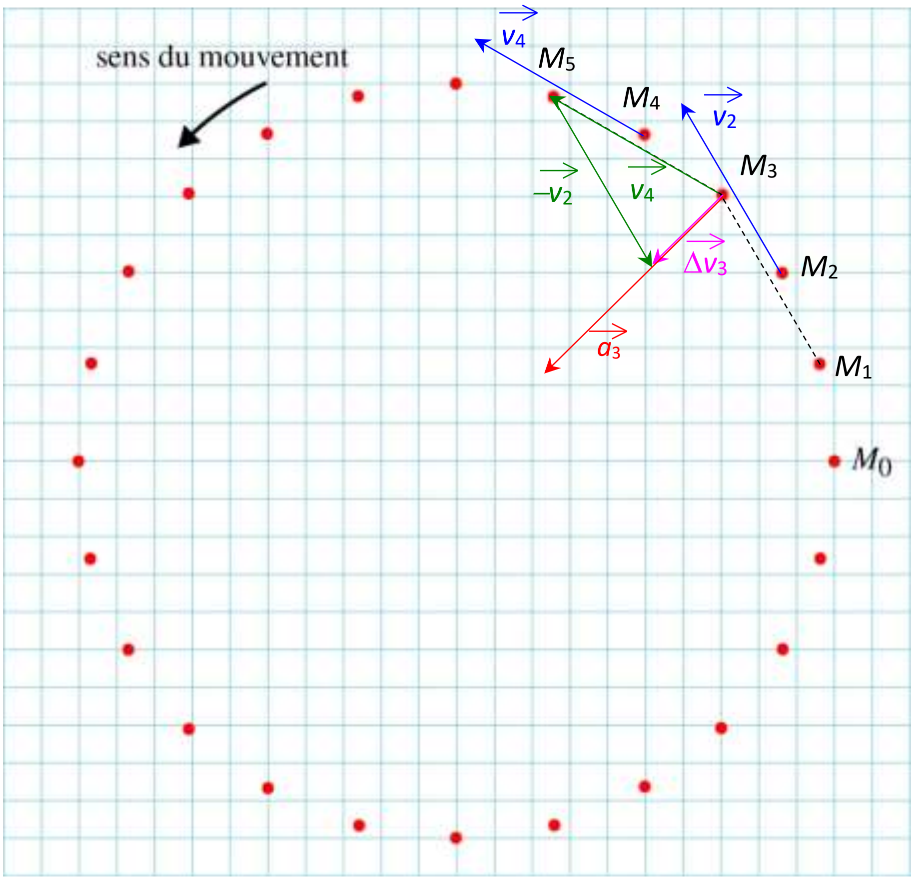
1. Analyser

Proposer un protocole permettant de déterminer, sur l'enregistrement fourni, les caractéristiques du vecteur accélération du point *M* lors de son passage en M_3.

Rappel : lors d'un enregistrement, le vecteur accélération du point M_n est donné par la relation $\overrightarrow{a_n} = \frac{\overrightarrow{v_{n+1}} - \overrightarrow{v_{n-1}}}{2\Delta t}$, Δt étant la durée qui sépare deux positions successives du point *M*.

- Calculer les vitesses v_2 et v_3 en calculant :
  - la vitesse moyenne entre les points M_1 et M_3 : $v_2 = \frac{M_1M_3}{2\Delta t}$
  - la vitesse moyenne entre les points M_3 et M_5 : $v_4 = \frac{M_3M_5}{2\Delta t}$
- Construire les vecteurs vitesses $\overrightarrow{v_2}$ et $\overrightarrow{v_4}$ en utilisant l'échelle donnée
- Construire le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_3} = \overrightarrow{v_4} - \overrightarrow{v_2}$
- Mesurer la longueur du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_3}$
- Calculer la valeur Δv_3 en utilisant l'échelle
- Calculer $a_3 = \frac{\Delta v_3}{2\Delta t}$
- Construire $\overrightarrow{a_3}$ en utilisant l'échelle donnée ; la direction et le sens de $\overrightarrow{a_3}$ sont les mêmes que celle de $\overrightarrow{\Delta v_3}$

2. Réaliser



M_1M_3 mesure 2,6 cm sur le document original donc M_1M_3 = 2,6 m en réalité.
Ainsi :
$v_2 = \frac{M_1M_2}{2\Delta t} = \frac{2,6}{2\times100\times10^{-3}} = 13\ m\cdot s^{-1}$.
De même :
$v_4 = \frac{M_3M_5}{2\Delta t} = \frac{2,6}{2\times100\times10^{-3}} = 13\ m\cdot s^{-1}$.

Le tracé des vecteurs est réalisé sur l'enregistrement :
• $\vec{v_2}$ est appliqué en M_2. Il a même direction et même sens que $\overrightarrow{M_1M_3}$; il est donc dirigé parallèlement à (M_1M_3) et orienté de M_1 vers M_3. À l'échelle 1 cm pour 5 m·s^{-1}, sa taille est de $\frac{13}{5}$ = 2,6 cm ;
• $\vec{v_4}$ est appliqué en M_4. Il a même direction et même sens que $\overrightarrow{M_3M_5}$; il est donc dirigé parallèlement à (M_3M_5) et orienté de M_3 vers M_5. À l'échelle 1 cm pour 5 m·s^{-1}, sa taille est de $\frac{13}{5}$= 2,6 cm.

Le vecteur $\Delta\vec{v_3} = \vec{v_4} - \vec{v_2}$ est tracé par différence des vecteurs $\vec{v_4}$ et $\vec{v_2}$ en reportant $-\vec{v_2}$ au sommet de $\vec{v_4}$. La valeur a_3 de l'accélération en M_3 est donc :
$a_3 = \frac{\|\Delta\vec{v_3}\|}{2\Delta t} = \frac{\|\vec{v_4}-\vec{v_2}\|}{2\Delta t}$

Or $\Delta\vec{v_3} = \vec{v_4} - \vec{v_2}$ mesure 1,3 cm sur le papier avec l'échelle 1 cm pour 5 m·s^{-1}, soit :

$$\|\vec{v_4} - \vec{v_2}\| = 1,3 \times 5 = 6,5\ \mathrm{m}\cdot s^{-1}$$

Finalement :
$a_3 = \frac{6,5}{2\times100\times10^{-3}} = 33$ m·s^{-2}.
$\vec{a_3}$ est appliqué en M_3. Il a même direction et même sens que $\Delta\vec{v_3} = \vec{v_4} - \vec{v_2}$.
À l'échelle 1 cm pour 10 m·s^{-2}, sa taille est alors de 3,3 cm.

3. Valider

a. Le vecteur $\overrightarrow{a_3}$ est bien radial puisque sa direction est celle d'un rayon du cercle modélisant la trajectoire qui passe par *O*. Il est centripète puisqu'il est orienté vers le centre *O* du cercle.

Calculons la valeur du vecteur $\overrightarrow{a_3}$ à partir de la relation donnée : $a_3 = \frac{v_3^2}{R} = \frac{13^2}{5{,}0} = 34 \text{ m·s}^{-2}$.

L'écart relatif de cette valeur par rapport à celle déduite du tracé est de 3,0 %. Il est faible (inférieur à 5 %) : les valeurs sont compatibles.

b. La centrifugeuse peut-elle être utilisée pour créer de fortes accélérations ?

L'accélération dépend de la vitesse de la centrifugeuse. Quand on double la vitesse, l'accélération est quatre fois plus grande. On peut donc créer de fortes accélérations en augmentant la vitesse.

c. Calculer la valeur maximale de l'accélération de la cabine d'une centrifugeuse.

La vitesse maximale de rotation est de 38,6 tours par minute. En notant *L* la longueur du bras, la nacelle parcourt la distance *D* = 2π*L* à chaque tour. Sa vitesse (linéaire) maximale est donc de :

$v = \frac{2\pi L}{T} = \frac{38{,}6 \times 2\pi \times 18}{60} = 73 \text{ m·s}^{-1}$

L'accélération de la nacelle est donc : $a = \frac{v^2}{L} = \frac{73^2}{18} = 3{,}0 \times 10^2 \text{ m·s}^{-2}$

d. Que signifie le « G » de l'accélération maximale ?

L'accélération étant de « 30 G », « G » = 10 m·s^{-2} correspond à l'intensité de la pesanteur terrestre notée habituellement « g ».

e. Quel est l'intérêt de placer la cabine loin du centre ?

$a = \frac{v^2}{L} = \frac{\left(\frac{2\pi L}{T}\right)^2}{L} = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

Pour une période de rotation donnée (durée *T* d'un tour fixée), la valeur de l'accélération augmente avec *L*. Ainsi, on a intérêt à placer la cabine loin du centre pour augmenter la valeur de l'accélération et préparer les membres de l'équipage à des conditions plus extrêmes.