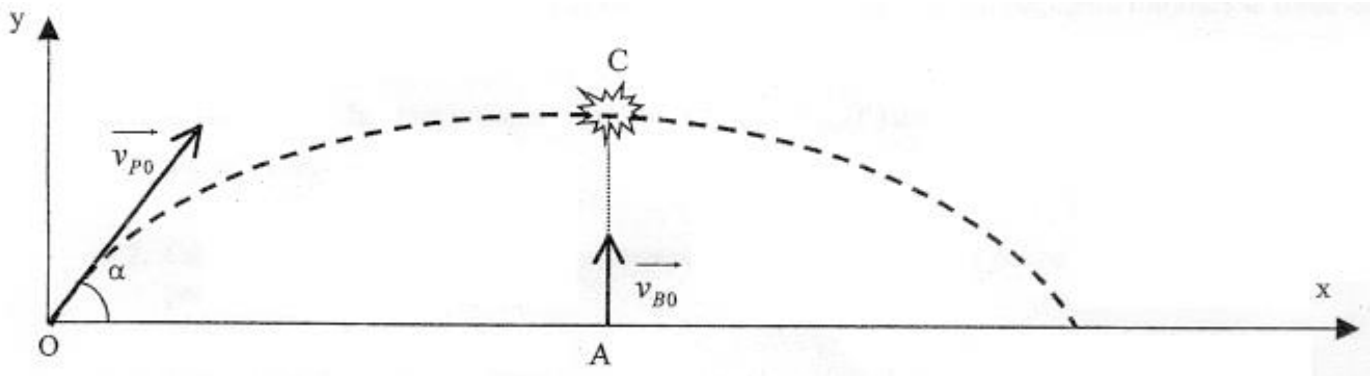
Mouvement dans le champ de pesanteur

I. TIR AU PIGEON D'ARGILE

On étudie le mouvement d'un pigeon d'argile lancé pour servir de cible à un tireur de ball-trap.
Le pigeon d'argile de masse m_P = 0,10 kg assimilé à un point matériel M est lancé avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{PO}}$ de valeur V_{PO}= 30 m.s^{-1} faisant un angle α de 45° par rapport à l'horizontale. Le participant situé en A tire verticalement une balle de masse m_B = 0,020 kg avec un fusil. La vitesse initiale de la balle est V_{BO}=500m.s^{-1}, la balle, assimilée à un point matériel B, part du point A tel que OA = 45 m (Les vecteurs vitesse ne sont pas à l'échelle sur le schéma).
On donne g = 10 m.s^{-2}.



Attention : les temps correspondants à chaque mouvement sont notés différemment : *t* pour le pigeon d'argile et *t'* pour la balle de fusil.

1. Étude du mouvement du pigeon d'argile

On notera *t* le temps associé au mouvement du pigeon d'argile. A l'origine du mouvement *t* = 0.

1.1. On négligera les frottements sur le pigeon d'argile. Etablir l'expression $\overrightarrow{a_P}$ de son accélération à partir du bilan des forces.

1.2. Donner les composantes de l'accélération $\overrightarrow{a_P}$ dans le repère (O, x, y).

1.3. Établir les composantes $v_{Px}(t)$ et $v_{Py}(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}_P$ dans le repère (O, x, y) en fonction du temps *t*

1.4. Établir les composantes $x_P(t)$ et $y_P(t)$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère (O, x, y) en fonction du temps *t*.

2. Tir réussi

2.1. D'après le schéma et l'énoncé, quelle est l'abscisse x_C du point d'impact C du pigeon d'argile et de la balle ?

2.2. Vérifier, à partir de l'abscisse x_C de l'impact, que le temps de « vol » du pigeon est Δt = 2,1 s.

2.3. On néglige toutes les forces s'exerçant sur la balle.

2.3.1. Que peut-on dire de son accélération a_B ? Que peut-on dire de sa vitesse v_B ?
Déterminer alors la vitesse v_B.

2.3.2. Calculer $\Delta t'$ le temps de « vol » de la balle jusqu'à l'impact connaissant l'ordonnée du point de l'impact y_C = 22 m.

2.4. Comparer Δt et $\Delta t'$ et expliquer pourquoi le tireur peut viser directement le pigeon.

3. Discussion de l'effet du poids de la balle

Dans cette partie l'effet du poids de la balle n'est plus négligé mais on négligera toujours la force de frottement de l'air.

3.1. Établir que la composante de la vitesse $v_{By}(t')$ dans le repère (O,x,y) vérifie l'équation $v_{By}(t') = v_{B0} - g\,t'$.

3.2. Calculer la vitesse v_{By} au bout d'un temps $\Delta t'$ = 0,044 s, justifier pourquoi on a négligé le poids dans la partie 2.

II. <u>LE LANCER DU POIDS AUX CHAMPIONNATS DU MONDE 2003</u>

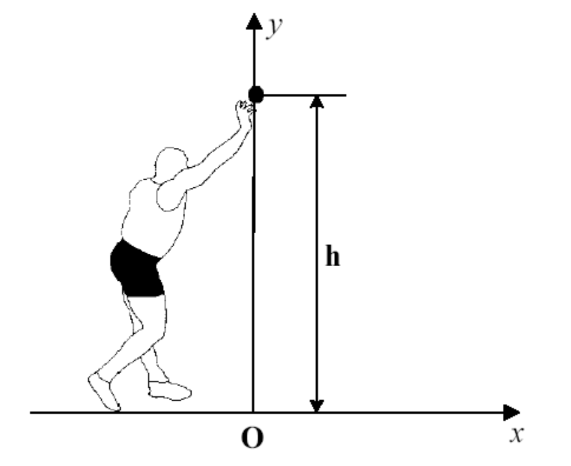
Lors des derniers championnats du monde d'athlétisme qui eurent lieu à Paris en août 2003, le vainqueur de l'épreuve du lancer du poids (Andrey Mikhnevich) a réussi un jet à une distance D = 21,69 m.
Pour simplifier les raisonnements, on ne travaillera que sur le centre d'inertie du boulet (nom courant donné au poids).

L'entraîneur de l'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancer. Pour cela il dispose pour le centre d'inertie du boulet, en plus de la valeur 21,69m du record, de la vitesse initiale v_0 mesurée à l'aide d'un cinémomètre et de l'altitude h.

Données: $v_0 = 13,7\ m.s^{-1}$
$h = 2,62\ m$

Un logiciel informatique lui permet de réaliser une simulation de ce lancer et de déterminer la valeur de l'angle du vecteur vitesse initiale avec l'horizontale soit $\alpha = 43°$.

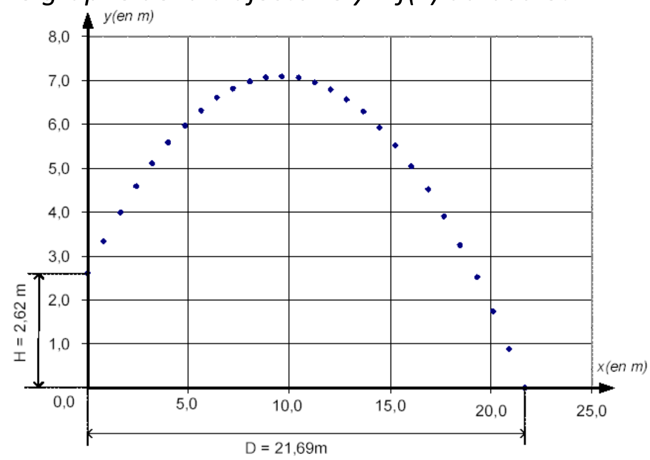
Pour l'étude on définit le repère d'espace (O,x,y) représenté ci-contre:



- *Oy est un axe vertical ascendant passant par le centre d'inertie du boulet à l'instant où il quitte la main du lanceur.*
- *Ox est un axe horizontal au niveau du sol, dirigé vers la droite et dans le plan vertical de la trajectoire.*

L'entraîneur a étudié le mouvement du centre d'inertie du boulet et a obtenu 3 graphes:

- *le graphe de la trajectoire y = f(x) du boulet*



- les graphes de v_x et de v_y en fonction du temps (figures 1 et 2 données ci-dessous) où v_x et v_y sont les composantes (ou coordonnées) horizontales et verticale du vecteur vitesse.

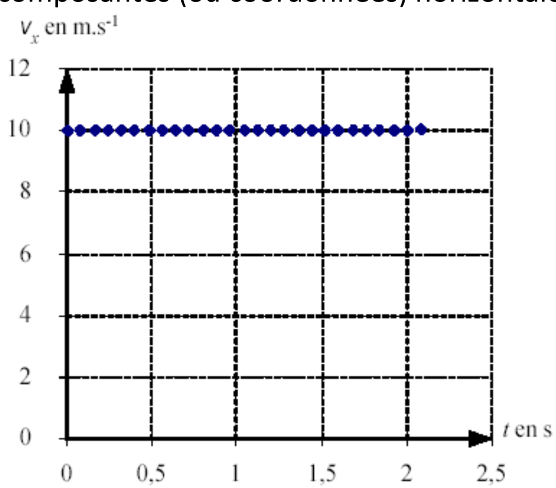


Figure 1

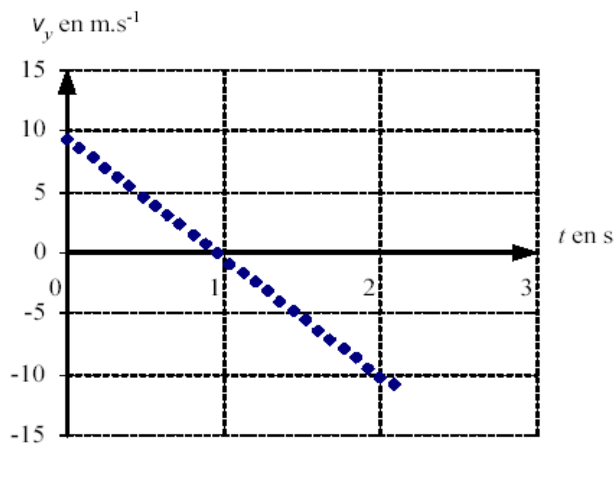


Figure 2

Pour chacun des graphes, les dates correspondant à deux points successifs sont séparées par le même intervalle de temps.

1. Étude des résultats de la simulation.

1.1. Étude de la projection horizontale du mouvement du centre d'inertie du boulet.

En utilisant la figure 1, déterminer:

1.1.1. La composante v_{0x} du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date t = 0 s.

1.1.2. La nature du mouvement de la projection du centre d'inertie sur l'axe Ox en justifiant la réponse.

1.1.3. Les composantes v_{Sx} du vecteur vitesse du centre d'inertie lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire.

1.2. Étude des conditions initiales du lancer.

1.2.1. En utilisant la figure 2, déterminer la composante v_{0y} du vecteur vitesse à l'instant de date t = 0 s.

1.2.2. À partir des résultats précédents, vérifier que la valeur de la vitesse instantanée et l'angle de tir sont compatibles avec les valeurs respectives $v_0 = 13,7\ m.s^{-1}$ et $\alpha = 43°$ données dans le texte.

1.3. Étude du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet.

1.3.1. Déterminer toutes les caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

1.3.2. Sur le graphe $y = f(x)$ donné précédemment**,** tracer en cohérence avec les résultats des questions 1.1.1., 1.1.3., et 1.2.1. :

- le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ du centre d'inertie du boulet à l'instant du lancer ;
- le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

Aucune échelle n'est exigée.

2. **Étude théorique du mouvement du centre d'inertie.**

Le boulet est une sphère de volume V et de masse volumique $\mu = 7,10 \times 10^{3}\ kg.m^{-3}$.

2.1. Par application de la 2ème loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie), dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur accélération du centre d'inertie du boulet lors du mouvement (on supposera que, compte tenu des faibles vitesses atteintes, les frottements dus à l'air au cours du jet sont négligeables).

2.2. Dans le repère d'espace défini en introduction, établir les équations horaires du mouvement.

2.3. En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.