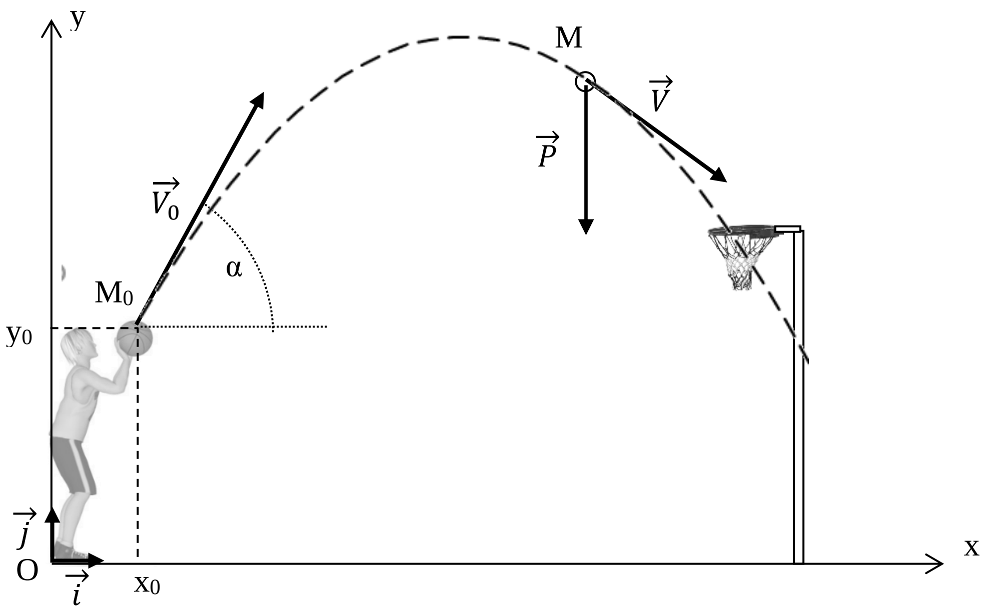
TP : Mouvement parabolique

All Star Game 2013. Pour la première fois de l'histoire de cette grande fête du basket français, qui réunit les meilleurs joueurs français et étrangers de Pro A, un spectateur, tiré au sort dans les tribunes du palais omnisports de Paris-Bercy, a réussi le fameux "tir à 100 000 euros" :
http://www.francetvinfo.fr/sports/basket/video-basket-il-marque-un-panier-a-100-000-euros_493496.html

Vous voulez gagner 100000 euros au prochain All Star Game.
A partir d'un enregistrement vidéo d'une balle lancée, il vous faut comprendre le mouvement d'une balle dans le champ de pesanteur et déterminer les paramètres qui vous permettront de vous entraîner le plus efficacement possible. Pour cela, vous allez modéliser :

- x(t) et y(), coordonnées du vecteur position de la balle à chaque instant de son mouvement
- $v_x(t)$ et $v_y(t)$, coordonnées du vecteur vitesse en tout point de la trajectoire
- $a_x(t)$ et $a_y(t)$, coordonnées du vecteur accélération

Document : caractéristique d'un terrain de basket
Longueur : 28m Largeur : 15m
Hauteur du panier : H = 3,05 m au-dessus du sol.

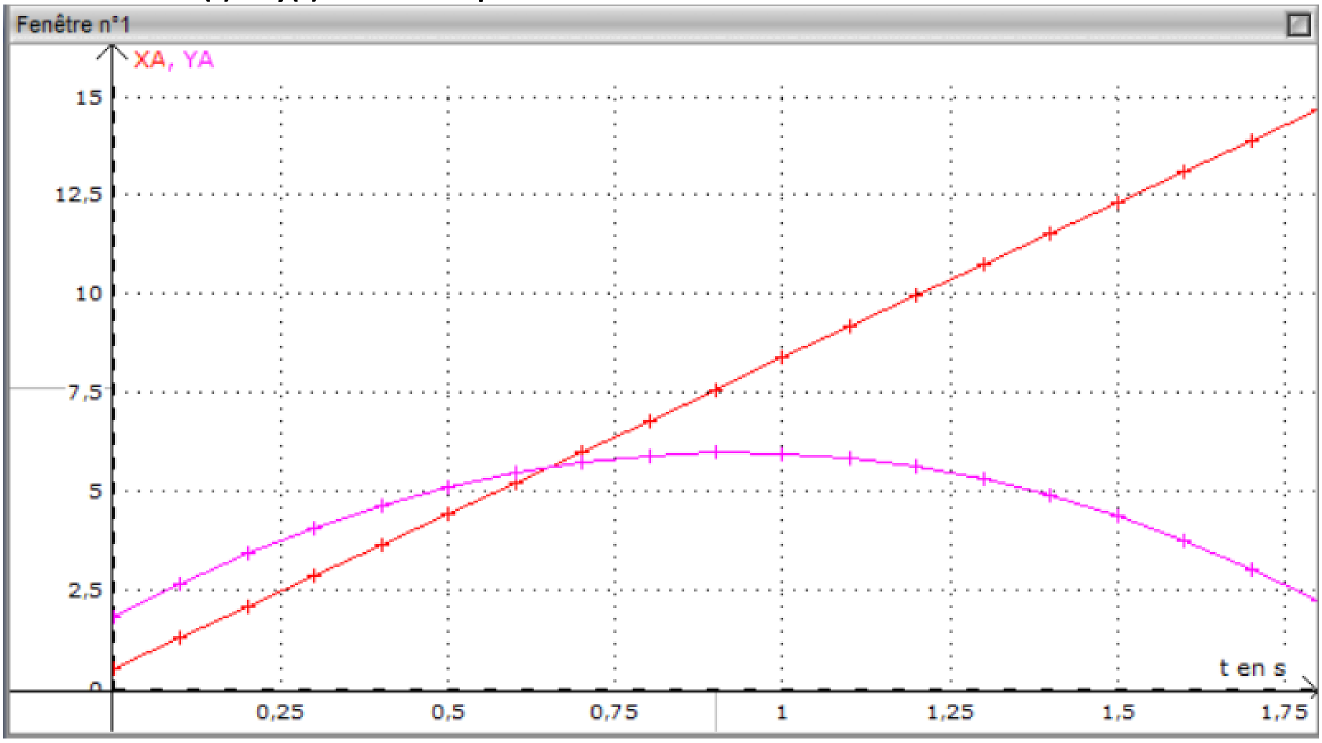


Coordonnées d'un vecteur :
$v_x = v.\cos\alpha$; $v_y = v.\sin\alpha$ $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

1. Acquisition des données à partir de la vidéo

1.1. À partir du module vidéo du logiciel Latispro, ouvrir le fichier « Parabole».
1.2. Choisir l'origine du repère dans le coin gauche au bas de l'image, axes étant orientés vers le haut et vers la droite.
1.3. Étalonner très soigneusement l'écran au moyen de la toise : 1m pour la règle (bord à bord)
1.4. Faire défiler les images pour repérer la première image qui montre la balle complètement visible et libérée de l'action de la main du lanceur.
1.5. Sur cette première image, choisir le centre d'inertie de la balle comme origine O des axes, l'axe x'x étant horizontal et orienté vers la droite et l'axe y'y vertical et orienté vers le haut. L'origine des dates (t= 0 s) sera associée à cette image.
1.6. Pointer les images jusqu'à la fin du mouvement dans l'air.

2. Coordonnées x(t) et y(t) du vecteur position



2.1. Renommer les grandeurs acquises XA et YA

2.2. Afficher XA et YA en fonction du temps sur un même graphique

Modéliser chacune des courbes en choisissant convenablement le modèle.

Écrire les équations des modèles mathématiques retenus à partir des calculs réalisés :

$x(t) = 7{,}9\,.\,t + 0{,}5$

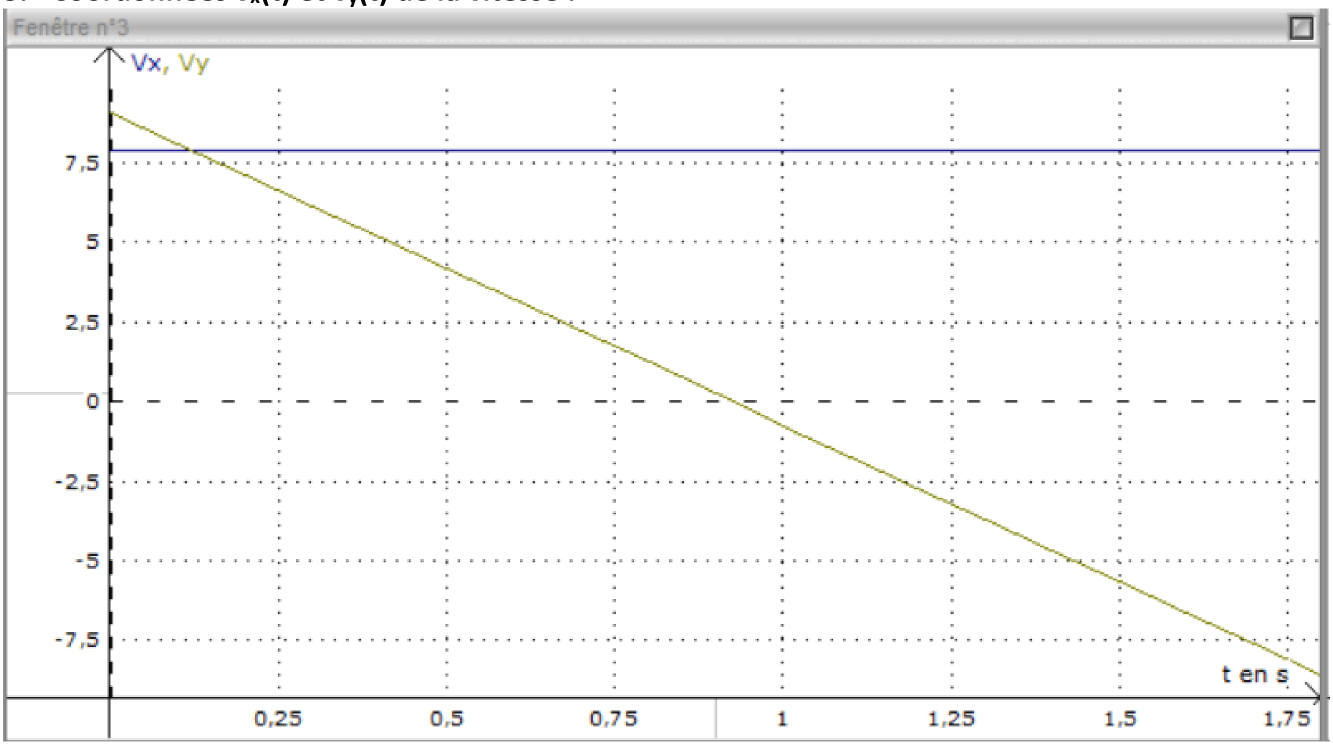
$y(t) = -4{,}9\,.\,t^2 + 9{,}1\,.\,t + 1{,}8$

2.3. Déterminer graphiquement les valeurs de x_0 et y_0, les coordonnées de la position initiale de la balle ; identifier quels termes des expressions ci-dessus correspondent à ces valeurs.

$x_0 = 0{,}5$

$y_0 = 1{,}8$

3. Coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ de la vitesse :



3.1. Utiliser les fonctionnalités du logiciel pour créer les grandeurs $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$ à partir des modèles x(t) et y(t).

3.2. Afficher les graphes représentant les variations de v_x et v_y en fonction du temps **dans une nouvelle fenêtre**.
Nommer ces grandeurs vx et vy.

3.3. Modéliser mathématiquement les graphes $v_x(t)$ et $v_y(t)$
Écrire les équations numériques des modèles mathématiques retenus à partir des calculs réalisés :

$$v_x(t) = 7{,}9$$
$$v_y(t) = -9{,}8\,.\,t + 9{,}1$$

3.4. Déterminer graphiquement les valeurs de v_{x0} et v_{y0}, les coordonnées du vecteur vitesse initial (vitesse à t = 0) ; identifier quels termes des expressions ci-dessus correspondent à ces valeurs.

$$v_{0_x} = 7{,}9\ m.s^{-1}$$
$$v_{0_y} = 9{,}1\ m.s^{-1}$$

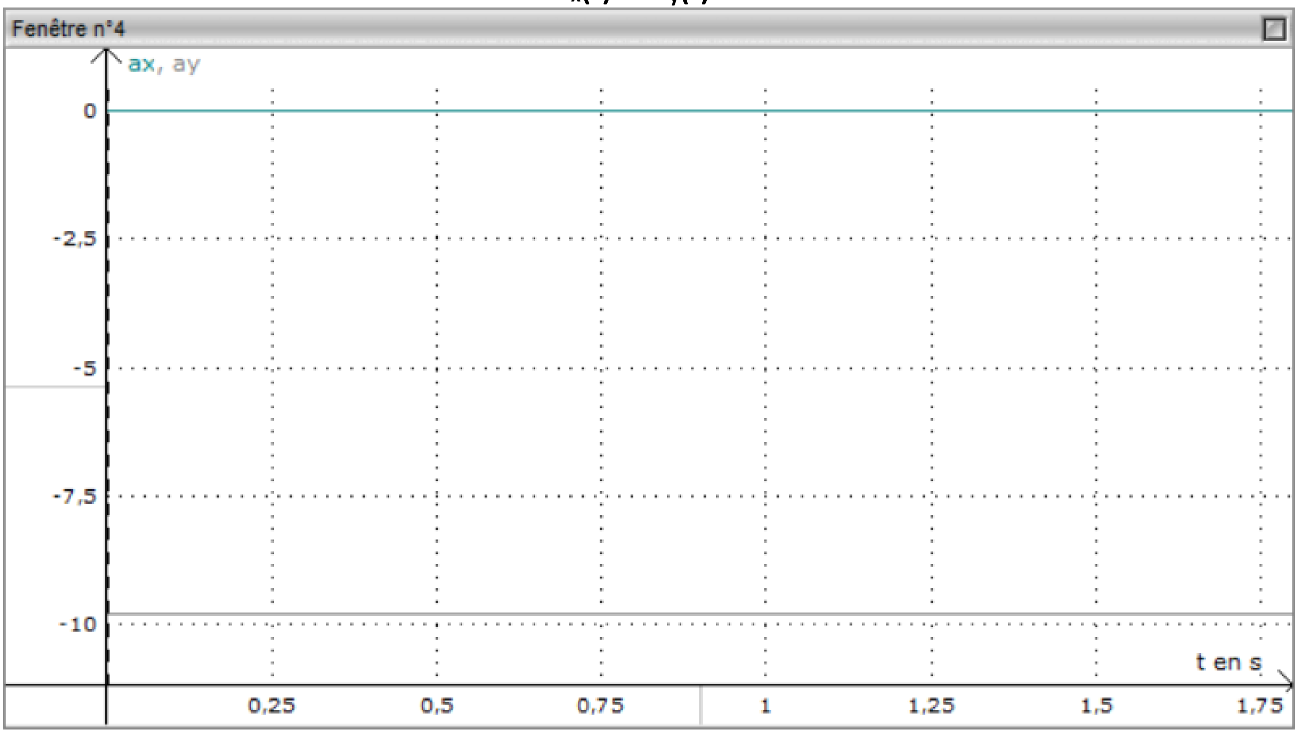
3.5. Calculer la valeur de v_0.

$$v = \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2} \qquad \text{A.N.} \qquad v = \sqrt{7{,}9^2 + 9{,}1^2} = 12\ m.s^{-1}$$

3.6. Calculer la valeur de α.

$$tan\alpha = \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{v_{0_y}}{v_{0_x}}\right) \qquad \text{A.N.} \qquad \alpha = \arctan\left(\frac{9{,}1}{7{,}9}\right) = 49\ °$$

4. Coordonnées du vecteur accélération $a_x(t)$ et $a_y(t)$



4.1. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération à partir des modèles $v_x(t)$ et $v_y(t)$

$$a_x = 0$$
$$a_y = -9{,}8$$

4.2. Quelle grandeur reconnaissez-vous ? Déterminer l’écart relatif entre la valeur obtenue et la valeur de la grandeur reconnue

On remarque que $a_y = -g$

5. Récapitulatif :

a. Remplir le tableau suivant et le compléter en utilisant les termes : nulle, constante, augment, diminue et uniforme, accéléré, retardé, varié

<table>
<tr><th></th><th colspan="3">Mouvement suivant l’axe horizontal</th><th colspan="3">Mouvement suivant l’axe vertical</th></tr>
<tr><th></th><th>Coordonnée a_x de l’accélération</th><th>Coordonnée v_x de la vitesse</th><th>Nature du mouvement horizontal</th><th>Coordonnée a_y de l’accélération</th><th>Coordonnée v_y de la vitesse</th><th>Nature du mouvement vertical</th></tr>
<tr><td>La balle s’élève en altitude</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">$v_o . cos\alpha$</td><td rowspan="2">uniforme</td><td rowspan="2">$-g$</td><td rowspan="2">$-g . t + v_0 . sin\alpha$</td><td>Uniformément décéléré</td></tr>
<tr><td>La balle redescend</td><td>Uniformément accéléré</td></tr>
</table>

b. Remplacer les valeurs des expressions modélisées par les grandeurs g, v_0, sin α, cos α, x_0 et y_0

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x(t) = 0 \\ \\ a_y(t) = -g \end{array}\right.$$

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x(t) = v_0 \,.\cos\alpha \\ \\ v_y(t) = -g\,.t + v_0\,.\sin\alpha \end{array}\right.$$

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0\,.\cos\alpha\,.t + x_0 \\ \\ y(t) = -\frac{1}{2}g\,.t^2 + v_0\,.\sin\alpha\,.t + y_0 \end{array}\right.$$