

Décollage fusée Ariane – Correction

1.1. Masse des gaz éjectés :

$$m_{Vulcain} = 270 \times 2,40 = 648 \text{ kg}$$

$$m_{boosters} = 2 \times 1,8 \times 10^3 \times 2,40 = 8640 \text{ kg}$$

$$m_g = m_{Vulcain} + m_{boosters} = 9288 \text{ kg}$$

Comparaison à la masse de la fusée :

$$\frac{m_g}{m_{fusée}} = \frac{9,288}{750} = 1,2 \%$$

On peut considérer la masse de la fusée constante.

1.2. On définit l'échelle à l'aide de la Hauteur de la fusée :

Image (cm)	Réalité (m)
6,4	52
4,7	y_2

$$y_2 = \frac{4,7 \times 52}{6,4} = 38 \text{ m}$$

1.3.1. Détermination de v_2 : calcul de la vitesse moyenne entre l'image 1 et l'image 3 :

$$v_2 = \frac{y_3 - y_1}{t_3 - t_1} = \frac{33,3 - 30,1}{1,00 - 0,20} = 4,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Résultat cohérent avec lecture graphique : à $t = 0,60 \text{ s}$, $v = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.3.2. A partir du graphe, on peut modéliser $v(t)$ par une fonction linéaire du type $v = k \cdot t$ où k est le coefficient directeur de la droite.

Calcul de k : A partir de 2 points de la droite : $k = \frac{12 - 0}{1,8 - 0} = 6,7$

on a donc : $v = 6,7 \cdot t$

Calcul de l'accélération : $a_y = \frac{dv_y}{dt} = 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1.3.3. Le vecteur accélération est vertical et dirigé vers le haut.

1.4. Bilan des forces sur la fusée :

\vec{P} poids dirigé vers le bas

\vec{F} force de propulsion dirigée vers le haut

Remarque : schéma 2 exclu

D'après la 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m_{fusée} \cdot \vec{a}$ car la masse de la fusée est considérée constante.

On en déduit que $\vec{P} + \vec{F}$ doit être dirigé vers le haut, comme le vecteur \vec{a}

Pour cela, il faut que $F > P$

C'est le schéma 1 qui convient.

1.5. Projection des forces dans un repère constitué d'un axe (Oz) orienté vers le haut, dont le vecteur unitaire est \vec{k} .

$$\vec{P} = -m_{fusée} \cdot g \cdot \vec{k}$$

$$\vec{F} = F \cdot \vec{k}$$

$$\vec{a} = a \cdot \vec{k} \quad \text{où} \quad a = 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Appliquons la 2^{ème} loi de Newton :

$$\vec{P} + \vec{F} = m_{\text{fusée}} \cdot \vec{a} \quad \text{soit} \quad -m_{\text{fusée}} \cdot g \cdot \vec{k} + F \cdot \vec{k} = m_{\text{fusée}} \cdot a \cdot \vec{k}$$

Ce qui devient pour les intensités de vecteurs : $-m_{\text{fusée}} \cdot g + F = m_{\text{fusée}} \cdot a$

$$\text{d'où} \quad F = m_{\text{fusée}} \cdot (a + g)$$

$$\text{A.N.} \quad F = 750 \times 10^3 \times (6,7 + 9,8) = 1,2 \times 10^7 \text{ N} = 1,2 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{ou bien} \quad F = 780 \times 10^3 \times (6,7 + 9,8) = 1,3 \times 10^7 \text{ N} = 1,3 \times 10^3 \text{ kN}$$

2. Puissance développée par la fusée :

$$\text{Définition de la puissance :} \quad P = \frac{E}{\Delta t}$$

où E est l'énergie développée par les moteurs et convertie en énergie mécanique gagnée par la fusée.

Calculons l'énergie mécanique gagnée par la fusée E pendant $\Delta t = 2,2 - 0,2 = 2,0 \text{ s}$

$$\text{à } t_i = 0,2 \text{ s} \quad E_i = E_{c_i} + E_{p_i} \quad \text{avec} \quad E_{c_i} = \frac{1}{2} m_{\text{fusée}} \cdot v_i^2 \approx 0$$

$$\text{et} \quad E_{p_i} = m_{\text{fusée}} \cdot g \cdot y_i$$

$$\text{à } t_f = 0,2 \text{ s} \quad E_f = E_{c_f} + E_{p_f} \quad \text{avec} \quad E_{c_f} = \frac{1}{2} m_{\text{fusée}} \cdot v_f^2$$

$$\text{et} \quad E_{p_f} = m_{\text{fusée}} \cdot g \cdot y_f$$

$$E = E_f - E_i = E_{p_f} - E_{p_i} + E_{c_f} - E_{c_i}$$

$$E = m_{\text{fusée}} \cdot g \cdot (y_f - y_i) + \frac{1}{2} \cdot m_{\text{fusée}} \cdot v_f^2$$

$$\text{A.N.} \quad E = (750 \times 10^3 \times 9,8 \times (46,5 - 31,5)) + \frac{1}{2} \times 750 \times 10^3 \times 15^2 = 1,9 \times 10^8 \text{ J}$$

$$\text{Puissance correspondante :} \quad P = \frac{1,9 \times 10^8}{2} = 9,5 \times 10^7 \text{ W} = 95 \text{ MW} \text{ soit environ } 100 \text{ MW}$$

Comparaison aux données de l'introduction :

Le moteur Vulcain développe une puissance de 10MW qui correspond à 10% de la puissance totale transmise (puisque les boosters contribuent à 90% de cette puissance).

Si 10MW représentent 10%, 100% correspondent à 100MW ce qui est en accord avec notre calcul.