Exercices Lois de Newton

I. Décollage de la fusée Ariane

D'après Encyclopedia Universalis (1998) :

(Certains renseignements et données sont nécessaires à la résolution du sujet).

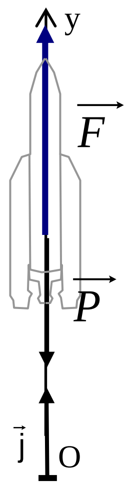
Le premier lanceur Ariane est une fusée à trois étages dont la hauteur totale est de 47,4 m et qui pèse, avec sa charge utile (satellite), 208 tonnes au décollage.
Le premier étage qui fonctionne pendant 145 secondes est équipé de 4 moteurs Viking V alimentés par du peroxyde d'azote N_2O_4 (masse de peroxyde emportée : 147,5 tonnes).
L'intensité de la force de poussée totale $\vec{F}$ de ces 4 réacteurs est constante pendant leur fonctionnement: elle vaut F = 2445 kN.
Ce lanceur peut mettre en orbite circulaire basse de 200 km d'altitude un satellite de 4850 kg; il peut également placer sur une orbite géostationnaire un satellite de 965kg; il peut aussi être utilisé pour placer en orbite héliosynchrone des satellites très utiles pour des applications météorologiques.

L'ascension de la fusée Ariane

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme : son intensité est g_0 = 9,8 m.s $^{-2}$.
On choisit un axe Oz vertical dirigé vers le haut.
On étudie le mouvement de la fusée dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen.

a) Représenter clairement, sur un schéma, en les nommant, les deux forces qui agissent sur la fusée Ariane lorsqu'elle s'élève verticalement. On néglige les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air.

Bilan : $\vec{P} = -P \cdot \vec{j}$
$\vec{F} = F \cdot \vec{j}$



b) A un instant quelconque, la masse de la fusée est m.
Déterminer en fonction de m et des intensités des 2 forces précédentes la valeur de l'accélération a.

2ème loi de Newton : $\vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$
Avec $\vec{P} = -P \cdot \vec{j} = -mg \cdot \vec{j}$ $\quad \vec{F} = F \cdot \vec{j}$ $\quad$ et $\quad \vec{a} = a \cdot \vec{j}$
On a $-P + F = m.a$
D'où $a = \frac{F-P}{m} = \frac{F}{m} - g$

c) On considère d'abord la situation au décollage. La masse de la fusée vaut alors m_1. Calculer la valeur numérique de l'accélération a_1 à cet instant.

$a_1 = \frac{F}{m_1} - g$ A.N. $a_1 = \frac{2445\times10^3}{208\times10^3} - 9{,}8 = 2{,}0 m.s^{-2}$

On envisage la situation qui est celle immédiatement avant que tout le peroxyde d'azote ne soit consommé. La masse de la fusée vaut alors m_2. Calculer la valeur numérique de m_2 puis celle de l'accélération a_2 à cet instant.

$m_2 = m_1 - m_{N2O4}$ $m_2 = 60{,}5$ t

$a_2 = \frac{F}{m_2} - g$ A.N. $a_1 = \frac{2445\times10^3}{60{,}5\times10^3} - 9{,}8 = 31 m.s^{-2}$

Le mouvement d'ascension de la fusée est-il uniformément accéléré ?
Non, l'accélération n'est pas constante.

d) La vitesse d'éjection $\overrightarrow{V_e}$ des gaz issus de la combustion du peroxyde d'azote est donnée par la relation :

$$\overrightarrow{V_e} = \frac{\Delta t}{\Delta m}.\vec{F}$$

où $\frac{\Delta t}{\Delta m}$ est l'inverse de la variation de masse de la fusée par unité de temps et caractérise la consommation des moteurs.
Vérifier l'unité de V_e par analyse dimensionnelle. Calculer la valeur numérique de V_e.

$[V_e] = \frac{s}{kg} \times N$ or 1N équivaut à 1 kg.m.s^{-2} (voir relation F = m.a)

d'où $[V_e] = \frac{s}{kg} \times \frac{kg\times m}{s^2} = m.s^{-1}$

On a bien la dimension d'une vitesse.

Quel est le signe de $\frac{\Delta t}{\Delta m}$? En déduire le sens de $\overrightarrow{V_e}$. Qu'en pensez-vous ?

Δm < 0 car la masse diminue. On en déduit donc que $\frac{\Delta t}{\Delta m}<0$; $\overrightarrow{V_e}$ est opposé à $\vec{F}$, donc vers le bas.

A l'aide d'une loi connue qu'on énoncera, expliquer pourquoi l'éjection des gaz propulse la fusée vers le haut.

Il s'agit de la troisième loi de Newton :

*Tout corps **A** exerçant une force sur un corps **B** subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps **B**.*

Ce qui se traduit mathématiquement : $\overrightarrow{F_{A\to B}} = -\overrightarrow{F_{B\to A}}$

II. Décollage ballon sonde :

Un ballon sonde, en caoutchouc mince très élastique, est gonflé à l'hélium. Une nacelle attachée au ballon emporte du matériel scientifique afin d'étudier la composition de l'atmosphère.

L'objectif de cette partie est d'étudier la mécanique du vol du ballon sonde à faible altitude (sur les premières centaines de mètres). On peut alors considérer que l'accélération de la pesanteur g, le volume du ballon V_b et la masse volumique ρ de l'air restent constantes.

On modélisera la valeur f de la force de frottement de l'air sur le système étudié par l'expression:

$f = K.\rho.v^2$ où K est une constante pour les altitudes considérées et v la vitesse du centre d'inertie du système {ballon + nacelle} .

On supposera qu'il n y a pas de vent (le mouvement s'effectue dans la direction verticale) et que le volume de la nacelle est négligeable par rapport au volume du ballon.

Le système {ballon + nacelle} est étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

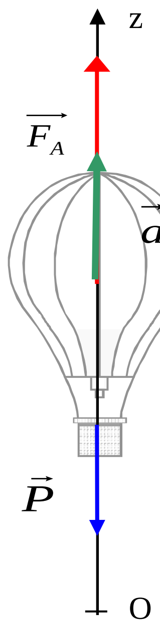
1. Condition de décollage du ballon.

1.1. Établir le bilan des forces exercées sur le système {ballon + nacelle}, lorsque le ballon vient juste de décoller. Indiquer le sens et la direction de chaque force.

$\vec{P}$: poids du ballon sonde

$\vec{F_A}$: poussée d'Archimède

$\vec{f}$: force de frottement : négligeable au moment du décollage car vitesse très faible.



1.2. La poussée d'Archimède.

Donner l'expression littérale de la valeur F_A de la poussée d'Archimède.

$F_A = m_{air\ déplacé} \cdot g$

avec $m_{air\ déplacé} = \rho \cdot V_b$

D'où $F_A = \rho \cdot V_b \cdot g$

1.3. *Soit M la masse du système.*

Appliquer au système la seconde loi de Newton (seule la relation vectorielle est demandée).

2ème Loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F_A} = M \cdot \vec{a}$

1.4. Quelle condition doit satisfaire le vecteur accélération pour que le ballon puisse s'élever ? En déduire une condition sur M (on projettera la relation obtenue à la question 1.3. **sur un axe vertical orienté vers le haut**).

Pour que le ballon décolle, il faut que $\vec{a}$ soit orienté vers le haut

Il faut donc que $F_A > P$ soit $\rho V_b g > Mg$ d'où $M < \rho V_b$

1.5. En déduire la masse maximale de matériel scientifique que l'on peut embarquer dans la nacelle.

Données : ρ = 1,22 kg.m^{-3} V_b = 9,0 m^3

Masse du ballon (enveloppe + hélium) : m = 2,10 kg

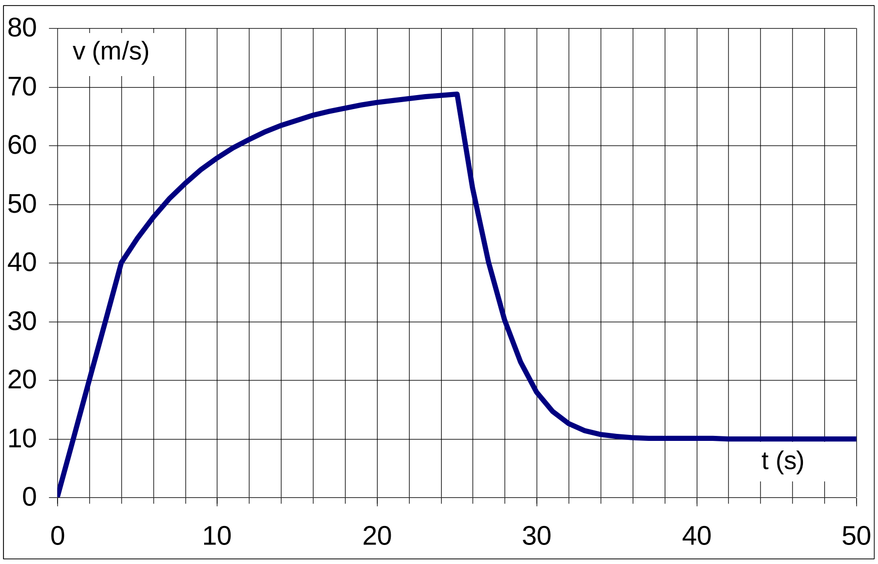
Masse de la nacelle vide: m' = 0,50 kg

$m + m' + m_{mat} < \rho V_b$ $m_{mat} < \rho V_b - (m + m')$ A.N. m_{mat}=8,4kg.

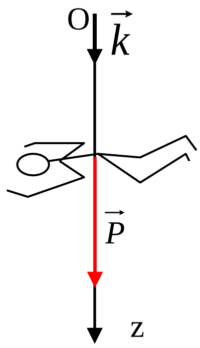
La masse de matériel doit être inférieure à 8,4kg.

III. Parachutiste :

Un parachutiste saute d'un hélicoptère momentanément immobile dans le ciel. Dans tout le problème on supposera sa chute verticale. Avec son équipement, sa masse est de 100 kg (on prendra g=10 N.kg^{-1}). Le graphe ci-dessous donne sa vitesse au cours de la chute en fonction du temps.



1. Chute libre :



1.1. Un objet est en chute libre si les forces de frottement de l'air sont négligeables. Nommer la force qui agit alors sur l'objet au cours de sa chute. Sur le schéma ci-contre, indiquer sa direction, son sens et calculer sa valeur dans le cas du parachutiste avec son équipement.
En chute libre, la seule force qui agit sur un objet est son poids. Cette force est verticale dirigée vers le bas et son point d'application est le centre de gravité de l'objet. Son intensité est donnée par la relation P=mg.
Dans le cas du parachutiste : P=1000N

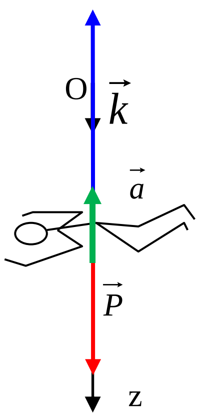
1.2. Montrer que l'accélération du parachutiste en chute libre est égale à l'intensité de la pesanteur g.
D'après la 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$
Or $\vec{P} = mg \cdot \vec{k}$
D'où $\vec{a} = g \cdot \vec{k}$
Ce qui se conduit à : a=g en intensité.

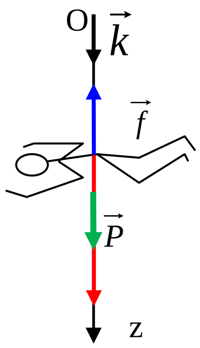
1.3. En utilisant la définition d'une l'**accélération constante,** montrer que dans le cas d'une chute libre, v(t)=g.t où g est l'intensité de pesanteur du lieu.
Définition de l'accélération : $a = \dfrac{dv}{dt}$
Or on a vu que a=g, d'où $\dfrac{dv}{dt} = g$
D'où $v = g \cdot t + C$ où C est une constante.
Déterminons la constante en utilisant les conditions initiales : à t=0, v(0)=0
Or $v(0) = g \times 0 + C = C$
On a donc C=0
et donc $v = g \cdot t$ comme annoncé.

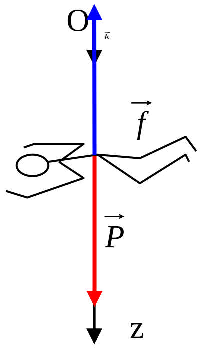
1.4. Jusqu'à quelle date t peut-on considérer la chute comme libre ?
D'après le graphe, on peut considérer la chute comme libre jusqu'à t=4s.

2. Chute freinée
2.1. Parmi les trois schéma ci-dessous, lequel représente le mieux les forces qui agissent sur le parachutiste dans cette phase ? Justifier en décrivant dans chaque cas quelle serait l'évolution de sa vitesse.

D'après la 2ème loi de Newton :
$\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$ d'où $\vec{a} = \dfrac{\vec{P} + \vec{f}}{m}$
la direction et le sens du vecteur accélération sont les mêmes que ceux du vecteur $\vec{P} + \vec{f}$
Dessinons $\vec{a}$ dans chaque cas.







$\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont des sens opposés. Le mouvement est décéléré : la vitesse diminue	$\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont le même sens. Le mouvement est accéléré : la vitesse augmente	Il n'y a pas d'accélération. Le mouvement est uniforme : la vitesse est constante.

Seul le deuxième cas correspond à la phase étudiée.

2.2.Qualifier le mouvement à partir de cette date ; en déduire la relation entre le poids et la force de frottement.

A partir de cette date, le mouvement est rectiligne uniforme.

La première loi de Newton énonce : $\vec{P} + \overrightarrow{f_{\text{lim}}} = \vec{0}$

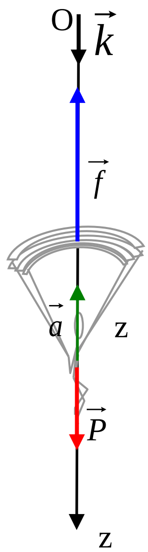
ce qui conduit à $P = f_{lim}$ entre les intensités des deux forces.

Or $f_{\text{lim}} = 0{,}2 \times v_{\text{lim}}^2$

D'où $P = 0{,}2 \times v_{\text{lim}}^2$

Et donc $v_{\text{lim}} = \sqrt{\dfrac{P}{0{,}2}} = \sqrt{\dfrac{1000}{0{,}2}} = 70{,}5\ m.s^{-1}$

3. Ouverture du parachute



3.1.A quelle date s'ouvre le parachute ? Quelle est l'effet de l'ouverture du parachute sur la force de frottement.

Le parachute s'ouvre à t=35s. Le parachute augmente la force de frottement.

3.2.Justifier l'évolution de la vitesse.

Le vecteur accélération est orienté vers le haut, dans le sens opposé du vecteur vitesse. La vitesse diminue.

3.3.Expliquer ce qui se passe pour t > 36s. Calculer la valeur de la force de frottement.

Le mouvement étant rectiligne uniforme, on peut en effet appliquer le principe d'inertie (1$^{\text{ère}}$ loi de Newton) qui conduit à : $P = f_{lim} = 1000\ N$

4. A quelle vitesse, exprimée en $km.h^{-1}$ le parachutiste atteint-il le sol ?

Le parachutiste touche le sol avec une vitesse de $10 m.s^{-1}$ soit $36 km.h^{-1}$