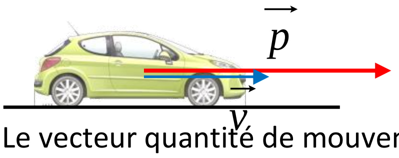
La quantité de mouvement et sa conservation - Correction

Document 1 : la quantité de mouvement et sa conservation

- Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un point matériel de masse m animé de la vitesse $\vec{v}$ est :

  $$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

  Lorsque m s'exprime en kg et v en m.s^{-1}, p s'exprime en kg.m.s^{-1}



- Le vecteur quantité de mouvement d'un système constitué de n points matériels est égale à la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque point matériel.

  $$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \ldots = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$$

- Conservation de la quantité de mouvement :
  Pour un système isolé (ne subit aucune force ou subit des forces exercées par le milieu extérieur qui se compensent), le vecteur quantité de mouvement d'un système est constant, que le système soit déformable ou non.

Expérience 1 : Evolution de la quantité de mouvement lors d'un choc entre 2 palets A et B sur la table à coussin d'air

On étudie un choc entre 2 mobiles autoporteurs d'une table à coussin d'air.

On veut montrer la relation : $\vec{p_A} + \vec{p_B} = \overrightarrow{p_A}' + \overrightarrow{p_B}'$, relation qui traduit la conservation de la quantité de mouvement au cours du choc,

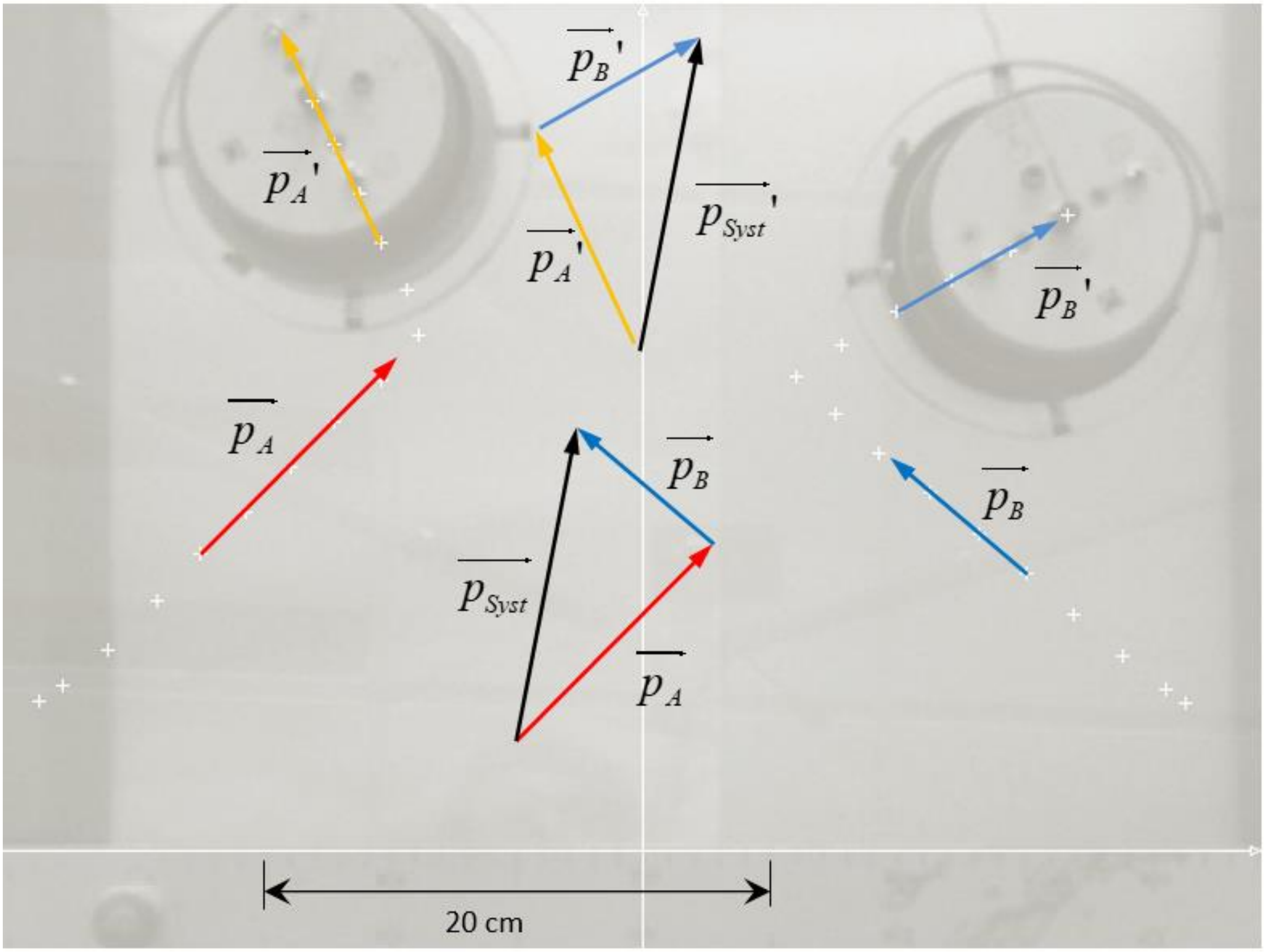
où $\vec{p_A}$: quantité de mouvement du mobile A avant le choc
$\vec{p_B}$: quantité de mouvement du mobile B avant le choc
$\overrightarrow{p_A}'$: quantité de mouvement du mobile 1 après le choc
$\overrightarrow{p_B}'$: quantité de mouvement du mobile 2 après le choc

Le mobile A est celui de gauche ; on donne m_A = 1,48 kg
Le mobile B est celui de droite ; on donne m_B = 0,98 kg
La durée entre 2 positions est τ = 0,10s

1. Montrer qu'on peut considérer le système {mobile A + mobile B} pseudo-isolé sur la durée du mouvement enregistrer.

2. Lister les actions à mettre en œuvre pour réaliser cette vérification entre les points 5 et 12

- Mesurer les distances A_4A_6 et B_4B_6.
- Calculer les vitesses v_{A5} et v_{B5}
- Calculer les quantités de mouvements $p_{A5}=m_A.v_{A5}$ et $p_{B2}=m_B.v_{B5}$
- Dessiner les vecteurs quantités de mouvements correspondant (définir l'échelle)
- Construire la somme $\overrightarrow{p_{A5}} + \overrightarrow{p_{B5}}$ à partir d'un point M quelconque sur l'enregistrement.
- De la même façon, déterminer les vecteurs quantités de mouvement $\overrightarrow{p_{A12}}'$ et $\overrightarrow{p_{B12}}'$
- Construire la somme $\overrightarrow{p_{A12}}' + \overrightarrow{p_{B12}}'$ au point M
- Vérifier que $\overrightarrow{p_{A5}} + \overrightarrow{p_{B5}} = \overrightarrow{p_{A12}}' + \overrightarrow{p_{B12}}'$



Expérience 2 : Eclatement d'un système

Visualiser la vidéo à l'aide du logiciel Latispro
On cherche à vérifier la conservation de la quantité de mouvement au cours de l'éclatement.

a. Quelle est la quantité de mouvement de l'ensemble avant l'éclatement du système

b. Il s'agit de déterminer la somme des quantités de mouvement des mobiles après l'éclatement, en utilisant le logiciel Latispro.
- Sélection de l'origine : axe des abscisses aligné avec la règle ; origine à peu près au milieu de l'image
- Sélection de l'étalon : utiliser la règle en pointant une longueur de 20cm (0,2m)
- Faire avancer les images  jusqu'à ce que les bagues des deux mobiles ne soient plus en contact
- Pointer les positions du mobile A (gauche) sur les 7 images restantes (sélection manuelle des points)
- Cliquer sur « Nouvelle Etude » et confirmer la conservation des courbes précédentes
- Faire à nouveau avancer les images jusqu'à ce que les bagues des deux mobiles ne soient plus en contact
- Pointer les positions du mobile B (sélection manuelle des points)

Calculs des quantités de mouvements
- En utilisant *Traitement/Calculs spécifiques/dérivée* calculer les vitesses vAx, vAy, vBx et vBy
- Renommer correctement les grandeurs calculées pour plus de clarté
- En utilisant la feuille de calcul, calculer pAx, pAy, pBx et pBy
  Rappel : m_A = 1,48kg m_B = 0,98 kg

c. Vérification de la conservation de la quantité de mouvement

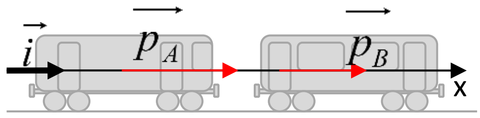
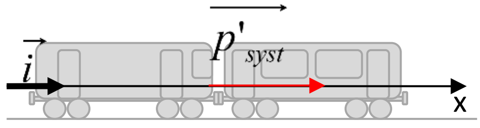
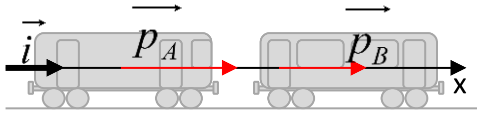
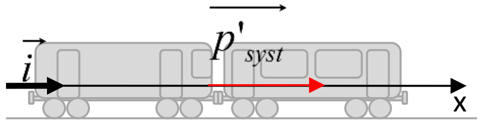
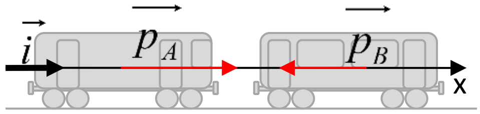
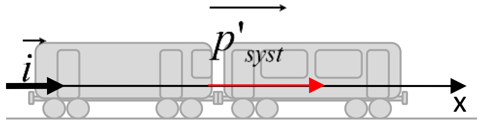
- En utilisant la feuille de calcul, calculer les composantes px=pAx+pBx et py=pAy+pBy de la quantité totale du système constitué par les 2 mobiles, après éclatement.
- Afficher px et py en fonction du temps sur une même feuille.
  Adapter l'échelle correspondant à l'axe verticale (valeur minimale -1 et valeur maximale +1)

d. Commenter le résultat obtenu et conclure.

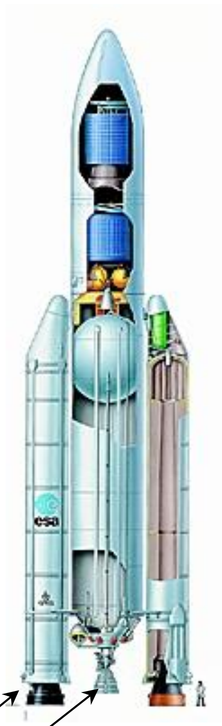
Application : quantité de mouvement d'un système en mouvement rectiligne

On s'intéresse à l'accrochage de deux wagons dans 3 cas différents. (wagon A à gauche ; B à droite)
Les frottements sont considérés comme nuls et les mouvements sont horizontaux ; on peut considérer le système formé par les wagons qui s'accrochent pseudo-isolé. En conséquence, la quantité de mouvement se conserve au cours des différents cas étudiés.
Exprimer dans chaque cas la vitesse v du système wagons accrochés

<table>
<tr><th></th><th>Avant accrochage</th><th>Après accrochage</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Cas n°1

Le wagon A a une vitesse v_A. Le wagon B est à l'arrêt.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p_A} = m_A\cdot\overrightarrow{v_A}$</td><td>$\overrightarrow{p'_{syst}} = (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conservation : $\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p'_{syst}}$ soit $m_A\cdot\overrightarrow{v_A} = (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$
Dans le repère : $\overrightarrow{p_A} = m_A\cdot v_A\cdot\vec{i}$ et $\overrightarrow{p'_{syst}} = (m_A+m_B)\cdot v\cdot\vec{i}$
Relation entre intensité $m_A\cdot v_A = (m_A+m_B)\cdot v$
d'où $v = \frac{m_A}{m_A+m_B}\cdot v_A$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Cas n°2
Le wagon A a une vitesse v_A. Le wagon B a une vitesse v_B et se déplace dans le même sens que le wagon A</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p_A} + \overrightarrow{p_B} = m_A\cdot\overrightarrow{v_A} + m_B\cdot\overrightarrow{v_B}$</td><td>$\overrightarrow{p'_{syst}} == (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conservation : $\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p'_{syst}}$ soit $m_A\cdot\overrightarrow{v_A} + m_B\cdot\overrightarrow{v_B} = (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$
Dans le repère : $\overrightarrow{p_A} = m_A\cdot v_A\cdot\vec{i}$; $\overrightarrow{p_B} = m_B\cdot v_B\cdot\vec{i}$ et $\overrightarrow{p'_{syst}} = (m_A+m_B)\cdot v\cdot\vec{i}$
Relation entre intensité $m_A\cdot v_A + m_B\cdot v_B = (m_A+m_B)\cdot v$
d'où $v = \frac{m_A}{m_A+m_B}\cdot v_A + \frac{m_B}{m_A+m_B}\cdot v_B$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Cas n°3
Le wagon A a une vitesse v_A. Le wagon B a une vitesse v_B et se déplace dans le sens opposé du wagon A</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p_A} + \overrightarrow{p_B} = m_A\cdot\overrightarrow{v_A} + m_B\cdot\overrightarrow{v_B}$</td><td>$\overrightarrow{p'_{syst}} = (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conservation : $\overrightarrow{p_{syst}} = \overrightarrow{p'_{syst}}$ soit $m_A\cdot\overrightarrow{v_A} + m_B\cdot\overrightarrow{v_B} = (m_A+m_B)\cdot\vec{v}$
Dans le repère : $\overrightarrow{p_A} = m_A\cdot v_A\cdot\vec{i}$; $\overrightarrow{p_B} = -m_B\cdot v_B\cdot\vec{i}$ et $\overrightarrow{p'_{syst}} = (m_A+m_B)\cdot v\cdot\vec{i}$
Relation entre intensité $m_A\cdot v_A - m_B\cdot v_B = (m_A+m_B)\cdot v$
d'où $v = \frac{m_A}{m_A+m_B}\cdot v_A - \frac{m_B}{m_A+m_B}\cdot v_B$</td></tr>
</table>

La propulsion : la fusée Ariane 5 au décollage



La fusée Ariane 5 au décollage :

- Masse : 780 *t*
- Hauteur : 52 *m*
- 3 moteurs activés
  - 2 propulseurs à poudre (PAP)
  - 1 moteur Vulcain

Les PAP effectuent 90% de la poussée. Ils sont largués à une altitude de 60 *km* d'altitude après avoir fonctionné pendant 130 *s* et avoir consommé chacun 237 *t* de poudre.

Le moteur Vulcain brûle 158 *t* d'un mélange de dihydrogène et de dioxygène pendant 589 *s*.

Consommation *c* des propulseurs :

- PAP :
  c = 1,82 *tonnes/s* par PAP
  gaz éjectés à *v* = 2800 *m/s (par rapport à la fusée)*
- Moteur Vulcain :
  c = 270 *kg/s*
  gaz éjectés à *v'* = 4000 *m/s (par rapport à la fusée)*

Masse de gaz éjectée par les PAP : $m_{g1} = 2 \times 237 \times 10^3 = 4{,}74 \times 10^5$ kg

Masse de gaz éjecté par le moteur Vulcain pendant la même durée : $m_{g2} = 270 \times 130 = 3{,}51 \times 10^4$ kg

Masse de la fusée : $m_f = m_0 - (mg_1 + mg_2)$ A.N. $m_f = 2{,}71 \times 10^5$kg

Quantité de mouvement du système au départ : $\overrightarrow{p_{tot}} = \vec{0}$

Quantité de mouvement du système lorsque les PAP cessent de fonctionner :

$\overrightarrow{p_{g1}} + \overrightarrow{p_{g2}} + \overrightarrow{p_f}$

Ce qui se traduit par : $-p_{g1} - p_{g2} + p_f$

La conservation de mouvement permet d'écrire : $p_f - p_{g1} - p_{g2} = 0$

Avec :

$p_{g1} = m_{g1} \cdot (v_{g1} - v_f)$ (vitesse par rapport au référentiel géocentrique)

$p_{g2} = m_{g2} \cdot (v_{g2} - v_f)$

$p_f = m_f \cdot v_f$

Soit : $m_f \cdot v_f - m_{g1} \cdot (v_{g1} - v_f) - m_{g2} \cdot (v_{g2} - v_f) = 0$

D'où $v_f = \dfrac{m_{g1} \cdot v_{g1} + m_{g2} \cdot v_{g2}}{m_f + m_{g1} + m_{g2}}$

A.N. $v_f = 1{,}88 \times 10^3$ m.s^{-1} soit 6788 km.h^{-1}