Cinématique : vitesse et accélération

La mécanique est une science physique, dont l'objet est l'étude des corps en mouvement ou à l'équilibre.
La **cinématique** est l'étude des mouvements indépendamment des causes qui les produisent.

I. Référentiel et trajectoire :

- **Système d'étude :**

Le corps en mouvement auquel on s'intéresse. Le reste est appelé « extérieur »

- **Référentiel :**

Objet de référence par rapport auquel on définit le mouvement.
les plus utilisés : Référentiels terrestre, géocentrique et héliocentriques

Référentiel galiléen : référentiel dans lequel la première loi de Newton est vérifiée.

- Trajectoire :

Ensemble des positions occupées par le système au cours de son mouvement.
Exemple : droite, cercle, courbe… (utilisation de mots mathématiques)

II. Vitesse :

1. Vitesse moyenne :

Formule – unité : $v_{moy} = \frac{d}{\Delta t}$

où d est la distance parcourue
Δt la durée de parcours (différence entre deux dates $\Delta t = t_f - t_i$
si d est en mètre (m) et Δt en seconde (s), alors v est en $m.s^{-1}$
si d est en km et Δt en h, alors v est en $km.h^{-1}$.

Conversion : $1\ m.s^{-1}$ équivaut à $3,6\ km.h^{-1}$

2. Vitesse instantanée :

La vitesse instantanée est la vitesse à un instant t.
Donner l'expression de la vitesse moyenne d'un corps en mouvement sur un axe x entre les positions $x(t-\tau)$ occupée à l'instant t et $x(t+\tau)$ occupée à l'instant $t+\tau$:

$$v_{moy} = \frac{x(t+\tau) - x(t-\tau)}{2\tau}$$

Pour obtenir la vitesse instantannée à l'instant t, on faut tendre τ vers 0 :

$v(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{x(t+\tau)-x(t-\tau)}{2\tau}$ = nombre dérivée de la fonction x à l'instant t.

ce qui se note $v(t) = x'(t)$ en notation de Lagrange

$v(t) = \frac{dx}{dt}$ en notation de Leibnitz (préférée en physique)

3. Vecteurs vitesse :

Le vecteur vitesse est l'outil idéal pour rendre compte des 3 informations suivantes :

- □ valeur de la vitesse à l'instant considéré : correspond à la norme du vecteur
- □ direction du mouvement à l'instant considéré (tangente à la trajectoire)
- □ sens du mouvement à l'instant considéré

4. Vecteur vecteur vitesse :

$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ où G est le centre de gravité du système en mouvement

Pratiquement, dans un espace à 3 dimensions, on peut exprimer les coordonnées du vecteur vitesse :

$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ où x, y et z sont les coordonnées en fonction du temps de la position.

ou encore : $\vec{V}\left|\begin{array}{l}\frac{dx}{dt}\\ \frac{dy}{dt}\\ \frac{dz}{dt}\end{array}\right.$

III. Accélération :

1. Notion d'accélération :

Une voiture accélère de v_0=0km/h à v_m=100km/h en 10 secondes.

- Convertir les vitesses en m/s. Calculer l'accroissement de la vitesse pendant cette durée.

$v_0 = 0 m.s^{-1}$ $v_m = \frac{100}{3,6} = 28 m.s^{-1}$

- On définit l'accélération comme l'accroissement de la vitesse en une seconde.
  Calculer l'accélération moyenne de la voiture au cours de ce mouvement.
  Quelle est l'unité de cette accélération ? Faire une phrase pour expliciter cette valeur.

$a_{moy} = \frac{v_m - v_0}{\Delta t}$ A.N. $a_{moy} = \frac{28-0}{10} = 2,8 m.s^{-2}$

Chaque seconde, la vitesse augmente de 2,8 m.s^{-1}

- Pour schématiser cette accélération, que proposez-vous d'utiliser ? Faire apparaître cette accélération sur le schéma ci-dessous :

Echelle : 1,0 cm représente 1,0 m.s^{-2}

- Représenter le vecteur accélération dans le cas où la voiture décélère de 100km.h^{-1} à 0km.h^{-1} en 10s.

2. Accélération moyenne :

Définir l'accélération moyenne entre 2 instants t et t+Δt, pour lesquels on connaît les vitesses instantanées v(t) et v(t+Δt).

$$a_{moy} = \frac{v(t) - v(t+\Delta t)}{\Delta t}$$

3. Accélération instantanée :

A partir de l'expression de l'accélération moyenne, proposer une expression de l'accélération instantanée a(t).

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t) - v(t+\Delta t)}{\Delta t} \quad \text{soit} \quad a(t) = \frac{dv}{dt}$$

4. Vecteur accélération et coordonnées du vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Dans un espace à 3 dimensions, on peut exprimer les coordonnées du vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}\vec{j} + \frac{dV_z}{dt}\vec{k}$$

où V_x, V_y et V_z sont les coordonnées en fonction du temps de la vitesse.

ou encore : $$\vec{a}\left|\begin{array}{l} \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{array}\right.$$