Fiche méthode : Calculs d'incertitude

1. Calcul de l'incertitude absolue

L'incertitude absolue permet de juger la validité d'un résultat de mesure.
Si x est la mesure effectuée, alors l'incertitude absolue sur la valeur x est notée u(x).
La valeur vraie de x est comprise dans l'intervalle [x – u(x) ; x + u(x)]

A. Incertitude de type B : Erreur systématique

Erreur due à la qualité de l'instrument de mesure lui-même, au protocole de mesure, à expérimentateur lorsqu'il réalise la mesure de la même façon, etc…
Exemple : erreur due à la précision de l'instrument de mesure :
La précision de l'instrument correspond à la valeur de sa plus petite graduation. La mesure est donc connue à ±δ (précision de la mesure ou tolérance)

Calcul de l'incertitude avec intervalle de confiance de 95% : $\boldsymbol{u(x) = 2 \times \frac{\delta}{\sqrt{3}}}$
Dans ces conditions, la théorie statistique annonce que la valeur vraie *x* a 95% de chance de se trouver dans l'intervalle $[\boldsymbol{\overline{x} - u ; \overline{x} + u}]$

Exemple :
Un élève mesure la longueur d'une boite de chaussure à la règle graduée. On appelle L la longueur de la boite.
La valeur mesurée est $L_{mesurée}$ = 35,0mm lue sur la règle graduée
La précision avec laquelle la mesure est réalisée est le demi millimètre : δ = 0,5 mm
L'incertitude absolue est donc : $u = 2 \times \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,58$
On conclue que : $L = (35,0 \pm 0,6)\ mm$
Ce qui signifie que La valeur vraie a 95% de chance d'être comprise dans l'intervalle [34,4 mm ; 35,6 mm]

B. Incertitude de type A : Erreur statistique ou aléatoire :

Erreur qui apparaît lorsque l'expérimentateur réalise **plusieurs fois la même mesure** dans les mêmes conditions d'évaluation.
Pour un échantillon de n mesures réalisées de la même grandeur x, on évalue statistiquement l'incertitude de façon suivante :
Calcul de la valeur moyenne : $\boldsymbol{\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}}$
Calcul de l'écart-type moyen : $\boldsymbol{\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}}$
Calcul de l'incertitude : $\boldsymbol{u = 2 \times \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}}$
La théorie statistique annonce que la valeur vraie *x* a 95% de chance de se trouver dans l'intervalle $\left[\overline{x} - \Delta x ; \overline{x} + \Delta x\right]$

Exemple :
15 élèves ont mesuré la longueur d'une boite de chaussure. Les valeurs mesurées sont regroupées dans le tableau suivant :

35,5	35,1	34,5	35,6	34,9	35,0	35,5	35,2	35,5	35,1	34,9	35,6	35,6	34,4	34,5

La valeur de la longueur est : $\overline{L} = 35,1\ mm$
L'écart-type moyen est : $\sigma_{n-1} = 0,43$
L'incertitude vaut : $u = 0,22\ mm$
On conclue que : $L = (35,1 \pm 0,2)\ mm$

2. Incertitude relative

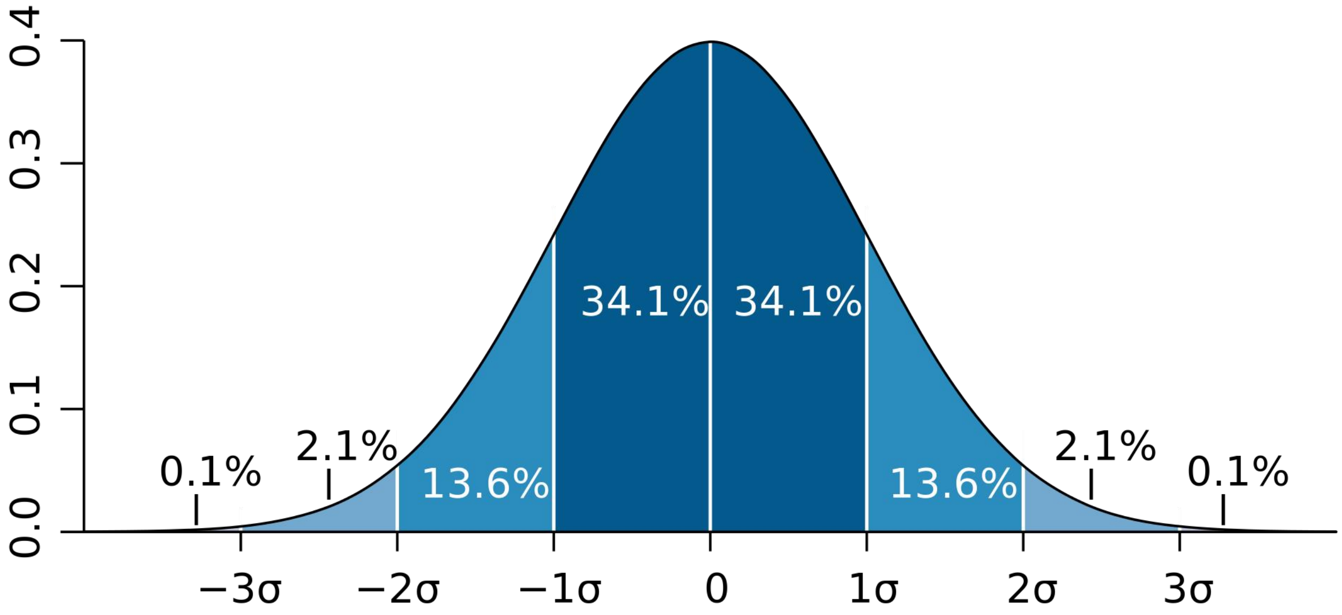
L'incertitude relative donne la précision de la mesure effectuée et s'exprime en pourcentage.
L'incertitude relative s'écrit $\frac{u}{x}$, avec x la mesure effectuée et u son incertitude absolue.
Pour obtenir l'incertitude relative en pourcentage : $p = \frac{u}{x} \times 100$
La valeur vraie de x est x à ± p % près.

Exemple :
Si $L = (35{,}0 \pm 0{,}6)\ mm$ alors l'incertitude relative est de $p = \frac{0{,}6}{35{,}0} \times 100 = 2\ \%$
Si $L = (35{,}1 \pm 0{,}2)\ mm$ alors l'incertitude relative est de $p = \frac{0{,}2}{35{,}1} \times 100 = 0{,}6\ \%$

3. Composition d'incertitudes

Soit m la grandeur calculée à partir des grandeurs mesurées x, y, z….

Relation	Incertitude type
$m=x+y+z+\ldots$	$u(m)^2=u(x)^2+u(y)^2+u(z)^2+\ldots$
$m=\frac{x\times y}{z}$	$\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2=\left(\frac{u(x)}{x}\right)^2+\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2+\left(\frac{u(z)}{z}\right)^2$
$m = x^n$	$\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 = n^2\left(\frac{u(x)}{x}\right)^2$
$m=a\times x+b$ a et b constantes sans incertitudes	$u(m)=a\times u(x)$
Composition des incertitudes systématiques et statistiques	$u = \sqrt{u_{syst}{}^2 + u_{stat}{}^2}$



https://www.youtube.com/watch?v=wQ4FBVFp790