

Fiche : Analyse dimensionnelle

I. Grandeurs et unités fondamentales du système international :

| Grandeur | Ecriture dimensionnelle | unité | symbole |
|------------------------|-------------------------|------------|---------|
| Longueur | L | mètre | m |
| Masse | M | kilogramme | kg |
| Temps / Durée | T | seconde | s |
| Tension électrique | U | Volt | V |
| Quantité d'électricité | Q | Coulomb | C |

II. Grandeurs « dérivées » :

| Grandeur | Définition / Formule | Analyse dimensionnelle | Unité |
|------------------------|---------------------------------------|---|---|
| Vitesse | $v = d / \Delta t$ | $[v] = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$ Accepté : $[v] = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$ | $m \cdot s^{-1}$ |
| Accélération | $a = \Delta v / \Delta t$ | $[a] = \frac{[v]}{[\Delta t]} = \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$ Accepté : $[a] = \frac{[v]}{[\Delta t]} = \frac{m \cdot s^{-1}}{s} = m \cdot s^{-2}$ | $m \cdot s^{-2}$ |
| Quantité de mouvement | $p = m \cdot v$ | $[p] = [m] \cdot [v] = M \cdot L \cdot T^{-1}$ Accepté : $[p] = kg \cdot m \cdot s^{-1}$ | $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ |
| Force | $F = m \cdot a$ | $[F] = [m] \cdot [a] = M \cdot L \cdot T^{-2}$ Accepté : $[F] = kg \cdot m \cdot s^{-2}$ | Newton (N) |
| Intensité de pesanteur | $g = \frac{P}{m}$ | $[g] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{M} = L \cdot T^{-2}$ Il s'agit d'une accélération (la vitesse d'un corps en chute libre augmente de $9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ chaque seconde) | $N \cdot kg^{-1}$ ou $m \cdot s^{-2}$ |
| Energie cinétique | $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ | $[E] = 1 \times [m] \cdot [v]^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ Accepté : $[E] = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ | Joule (J) |
| Energie potentielle | $E_p = m \cdot g \cdot z$ | $[E_p] = [m] \cdot [g] \cdot [z] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L$ $[E_p] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ | Joule (J) |
| Travail | $W = F \cdot d$ | $[W] = [F] \cdot [d] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ | Joule (J) |
| Puissance | $P = \frac{E}{\Delta t}$ | $[P] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$ | Watt (W) |
| Fréquence | $F = \frac{1}{T}$ | $[F] = T^{-1}$ Accepté : $[F] = s^{-1}$ | Hertz (Hz) |

III. Analyse dimensionnelle dans différentes définitions :

| Grandeur | Définition / Formule | Analyse dimensionnelle | Unité |
|--|---|--|----------------------------------|
| Périmètre d'un cercle | $p = 2\pi R$ | $[p] = [R] = L$ | m |
| Surface d'un disque | $S = \pi R^2$ | $[S] = [R]^2 = L^2$ | m^2 |
| Largeur tache diffraction | $L = \frac{2\lambda D}{a}$ | $[L] = \frac{L \cdot L}{L} = L$ | m |
| Ecart angulaire (diffraction par une fente) | $\theta = \frac{\lambda}{a}$ | $[\theta] = \frac{L}{L} = 1$ sans dimension | rad |
| Interfrange | $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$ | $[i] = \frac{L \cdot L}{L} = L$ | m |
| Constante de gravitation universelle | A partir de $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{d^2}$ $G = \frac{F \cdot d^2}{m \cdot M}$ | $[G] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \times L^2}{M^2}$ $= L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2}$ | $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$ |
| Période d'un satellite | A partir de la 3 ^{ème} loi de Képler : $T = \sqrt{\frac{4\pi}{GM} \cdot R^3}$ | $[T] = \left(\frac{L^3}{L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2} \times M} \right)^{\frac{1}{2}}$ $[T] = \left(\frac{1}{T^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} = (T^2)^{\frac{1}{2}} = T$ | s |
| Période d'un pendule | $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ | $[T] = 1 \times \left(\frac{L}{L \cdot T^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{T^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} = T$ | s |