

TP : Formule de conjugaison - Correction

Lu sur un forum, posté par Cinemaddict :

« Je suis à la recherche d'une solution pour mon nouveau salon.

Ma femme souhaiterait supprimer la TV. Bon, ok...

Mais elle voudrait tout de même pouvoir regarder des films et série... Sans avoir de télé au mur.

Donc, je me suis dit, vidéo projecteur. Il ne faut pas d'appareil au mur, ou de truc comme ça.

La dimension de mon salon est de 4,5m.

J'ai le choix entre trois vidéoprojecteurs dont quelques caractéristiques sont décrites dans le tableau ci-dessous :

Vidéoprojecteur	Distance focale f' (mm)	Distance entre la lentille et l'écran LCD (mm)
n°1	25	de 27 à 26 mm
n°2	80	de 81 mm à 82 mm
n°3	150	de 151 à 152mm

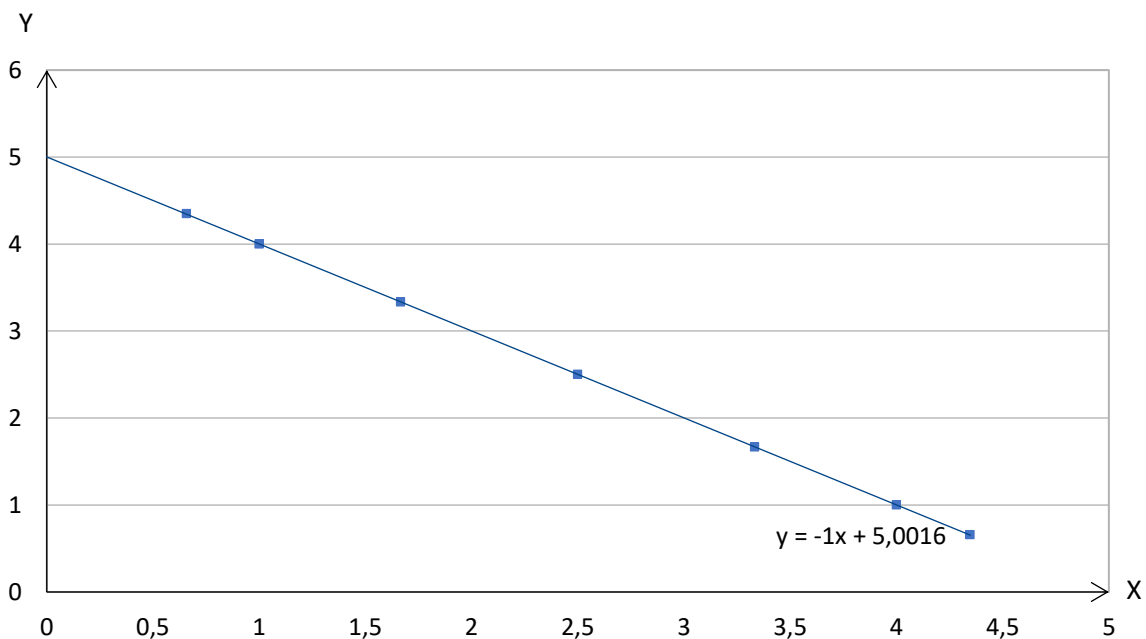
Lequel dois-je choisir ?

Quelle sera largeur approximative de l'image ? »

1. Résultats des mesures :

distance objet-écran	OA (m)	OA' (m)	$X = \frac{1}{OA}$	$Y = \frac{1}{OA'}$
1,75	1,52	0,23	0,6578947	4,34782609
1,75	0,23	1,52	4,3478261	0,65789474
1,25	1	0,25	1	4
1,25	0,25	1	4	1
0,9	0,6	0,3	1,6666667	3,33333333
0,9	0,3	0,6	3,3333333	1,66666667
0,8	0,4	0,4	2,5	2,5

2. Méthode graphique :



On obtient une droite modélisée par la fonction affine du type : $y = a \cdot x + b$

Lorsque x correspond à $\frac{1}{OA}$ y correspond à $\frac{1}{OA'}$

a est le coefficient directeur de la droite obtenue

b l'ordonnée à l'origine

L'expression de la fonction est : $\frac{1}{OA'} = -\frac{1}{OA} + 5$

On remarque que la valeur 5 correspond à la vergence de la lentille utilisée : $\frac{1}{OA'} = -\frac{1}{OA} + C$

Conclusion : la formule de conjugaison valable pour une lentille mince est : $\frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA} = C = \frac{1}{f'}$

Choix du vidéoprojecteur :

On connaît 3 vidéoprojecteurs d'objectifs différents (3 distances focales différentes).

On calcule la valeur de OA pour chaque vidéoprojecteur, lorsque $OA' = 4,5$

On utilise la formule de conjugaison : $\frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ soit $\frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{OA'}$

Application numériques :

Pour le premier vidéoprojecteur : $f' = 25\text{mm} = 25 \times 10^{-3}\text{m}$

$$\frac{1}{OA} = \frac{1}{25 \times 10^{-3}} - \frac{1}{4,5} = 39,8 \quad \text{d'où} \quad OA = 0,025\text{m} = 25\text{mm}$$

Or d'après les données, $26\text{mm} < OA < 27\text{mm}$ donc ce vidéoprojecteur ne convient pas.

Pour le second vidéoprojecteur : $f' = 80\text{mm} = 80 \times 10^{-3}\text{m}$

$$\frac{1}{OA} = \frac{1}{80 \times 10^{-3}} - \frac{1}{4,5} = 12,3 \quad \text{d'où} \quad OA = 0,081\text{m} = 81\text{mm}$$

Or d'après les données, $81\text{mm} < OA < 83\text{mm}$ donc ce vidéoprojecteur convient

Pour le troisième vidéoprojecteur : $f' = 150\text{mm} = 150 \times 10^{-3}\text{m}$

$$\frac{1}{OA} = \frac{1}{150 \times 10^{-3}} - \frac{1}{4,5} = 6,44 \quad \text{d'où} \quad OA = 0,155\text{m} = 155\text{mm}$$

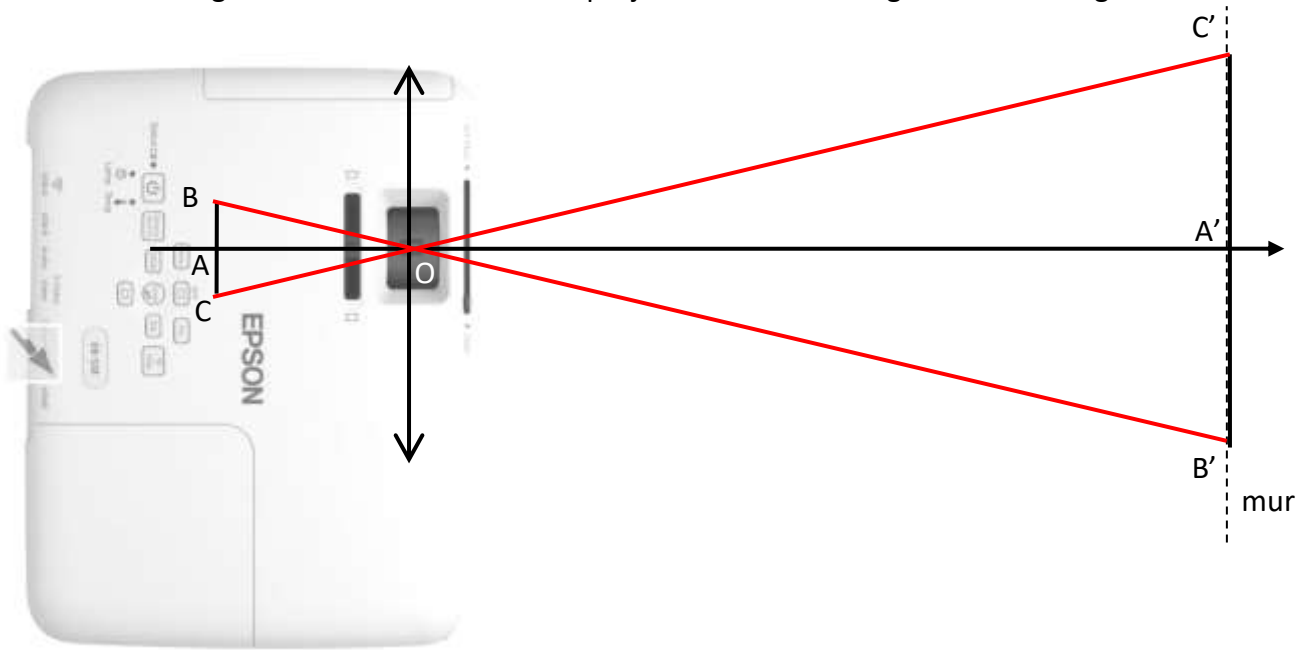
Or d'après les données, $151\text{mm} < OA < 152\text{mm}$ donc ce vidéoprojecteur ne convient pas

Seul le 2^{ème} vidéoprojecteur de focale 80mm convient à la situation donnée.

Taille de l'image :

En schématisant la situation :

Soit $BC=36\text{mm}$ la largeur de la dalle LCD du vidéoprojecteur et $B'C'$ la largeur de son image sur le mur :



On applique Thalès dans les triangles BOC et $B'OC'$: $\frac{B'C'}{BC} = \frac{OA'}{OA}$
D'où $B'C' = \frac{OA'}{OA} \times BC$ A.N. $B'C' = \frac{4,5}{81 \times 10^{-3}} \times 36 \times 10^{-3} = 2,0\text{m}$

L'image aura une largeur de 2,0 m.