

Information numérique : le système binaire

- Un système de numération désigne une manière de compter.
 - Le système de numération que nous utilisons dans la vie de tous les jours est le système décimal (base 10) : Il est basé sur 10 chiffres de 0 à 9. Il vient du fait que nous possédons 10 doigts.
 - Sans nous en rendre compte, nous en utilisons d'autres : le système duodécimal par exemple (base 12) avec lequel nous comptons les mois, les heures, les fleurs, les huitres, les œufs. Il vient des douze phalanges que possèdent nos doigts, en dehors du pouce (4 doigts possédant 3 phalanges chacun). Au Moyen-Âge, on comptait sur les phalanges (pas sur les doigts), en utilisant le pouce.
 - Le système binaire (base 2) est utilisé par les systèmes électroniques les plus courants (calculatrices, ordinateurs, etc.) car les deux chiffres 0 et 1 traduisent le passage d'un courant ou non.
- L'ordre d'écriture des chiffres dans un nombre a donc une signification en fonction du rang du chiffre dans le nombre (rang compté à partir de la droite)
 - Dans le langage décimal :

Rang	4	3	2	1
Facteur multiplicatif	10^3	10^2	10^1	10^0

Généralisation : facteur multiplicatif du rang n : $\times 10^{n-1}$

Exemple : $3256 = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

- Le langage binaire :

Rang	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Facteur multiplicatif	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Valeur décimale	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Généralisation : facteur multiplicatif du rang n : $\times 2^{n-1}$

Exemple : $10100010 = 1 \times 2^7 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^1 = 128 + 32 + 2 = 162$

Exercices :

- Convertir en décimal : 1101 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$
- Convertir en binaire : 99
 $99 = 64 + 32 + 2 + 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ soit 1100011

Vérification : utiliser le convertisseur : <http://sebastienguillon.com/test/javascript/convertisseur.html>

- Un « **bit** » (de l'anglais *binary digit*) est un chiffre binaire (**0** ou **1**)
 Remplir le tableau suivant en suivant l'exemple des deux premières lignes.

Nombre de bit	Nombre minimal	Nombre maximal	Nombre de possibilités
1	0	1	2 (0 ou 1)
2	00	11	4 (00, 01, 10, 11)
3	000	111	8 (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111)
4	0000	1111	$2^4 = 16$
n	-	-	2^n

- Un groupe de 8 bits est appelé un octet (= byte en anglais). Combien de possibilité peut-on obtenir avec 1 octet ?
 $2^8 = 256$ possibilités (entre 00000000 et 11111111)

Application : taille numérique d'une image (ou « poids » d'une image)

- Définition ou résolution d'une image numérique**

Une image numérique est formée d'un ensemble de pixels (unité de base d'une image)
 On appelle **définition d'une image** le nombre total de pixels composant l'image : c'est le nombre de pixels en largeur multiplié par le nombre de pixels en hauteur.
 Ex : Image de 640x480

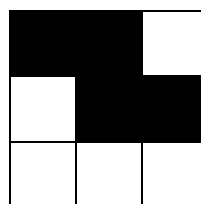
- Codage d'une image (ou profondeur de couleur) :** C'est le nombre de bits n utilisés pour codé un pixel :

- **Codage d'une image noir et blanc :**

Chaque pixel de l'image est soit noir (0), soit blanc (1). Définir le codage de l'image : $n =$

Compléter la grille vide en attribuant à chacun des neuf pixels agrandis la bonne teinte (noir ou blanc dans ce cas)

0	0	1
1	0	0
1	1	1



- **Codage d'une image avec différents niveaux d'intensité de gris :**

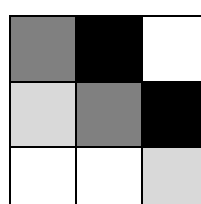
A chaque pixel de l'image doit correspondre un niveau d'intensité de gris.

Le nombre de gris différents dépend du nombre de bits utilisé.

Si le codage de l'image est de 2 bits, combien de niveaux de gris différents peut-on obtenir ?

Compléter la grille vide en attribuant à chacun des neuf pixels agrandis la bonne teinte

01	00	11
10	01	00
11	11	10



- **Codage d'une image couleur :**

Le pixel d'une image couleur est constitué de 3 sous-pixels (photosite) émettant à une couleur primaire : on compte 1 photosite rouge, 1 bleu et 1 vert. La synthèse additive des couleurs donne la couleur du pixel.

Le code appliqué à chaque photosite permet de régler l'intensité lumineuse du photosite : 0 correspond à éteint, valeur maximale correspond à la luminosité maximale.

Si chaque photosite est codé au moyen de 1 octet, combien de luminosités différentes peut-on obtenir pour chaque photosite ?

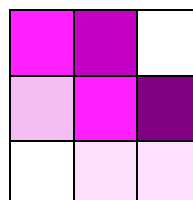
1 octet permet 256 luminosités : 1 octet = 8 bits soit $2^8 = 256$ possibilités

Si pour chaque photosite on utilise un octet, le codage de l'image couleur est alors $3 \times 8 = 24$ bits. Dans l'exemple ci-dessous, chaque pixel est défini par 3 valeurs. La première correspond à l'intensité du sous pixel rouge, la seconde celle du sous pixel vert, la troisième pour le sous pixel bleu.

Exemple :

- (196 ; 0 ; 196) correspond à (rouge bien éclairé – vert éteint – bleu bien éclairé)
La synthèse additive de ces trois lumières donne du magenta.
- (255 ; 255 ; 255) correspond à (rouge max ; vert max ; bleu max)
La synthèse additive correspond à du blanc.

(255 ; 32 ; 255)	(196 ; 0 ; 196)	(255 ; 255 ; 255)
(244 ; 190 ; 244)	(255 ; 32 ; 255)	(130 ; 0 ; 130)
(255 ; 255 ; 255)	(253 ; 223 ; 251)	(255 ; 225 ; 255)



Combien d'obtenir de couleurs différentes si chaque pixel est codé par $3 \times 8 = 24$ bits ?

Il y a 3 octets pour composer une couleur (car 3 photosites). Le nombre total de combinaisons de valeurs est donc $256 \times 256 \times 256 = 2^{3 \times 8} = 2^{24} = 16,8$ millions de couleurs.

▪ **La taille (ou poids) d'un fichier image**

- La taille ou poids d'une image est la place qu'elle occupe en stockage (sur CDROM, disque dur...).
Unité : octet ; 1 octet correspond à un groupe de 8 bits
- On calcule la taille du fichier en octet d'une image de la façon suivante :

$$\text{taille en octet} = \frac{\text{Nombre de pixels} \times \text{codage}}{8}$$

- Parce que les images numériques prennent beaucoup de place en octets, le nombre d'octets est généralement représenté par incrément de 2^{10} (=1024) ou plus.
 (1 kibiocet (Kio ou KB) = 1024 octets ;
 1 mébiocet (Mio) = 1024 Ko ; 1 gibiocet (Gio) = 1024 Mo)

Nom	Symbole	Valeur
kibiocet	Kio	$2^{10}=1024$
mébiocet	Mio	2^{20}
gibiocet	Gio	2^{30}
tébiocet	Tio	2^{40}

▪ Application :

La résolution du capteur de l'appareil photo d'un smartphone de 4300 x 2800

Déterminer le poids d'une image, en fonction du codage utilisé :

Codage (bits)	mode	Nombre de couleurs disponibles	Poids du fichier (en octets)	poids du fichier (en Mio)
1	Noir et blanc	$2^1 = 2$	$4300 \times 2800 \times 1$ $= 12\,040\,000$	$\frac{12\,040\,000}{1024} = 11\,758\, \text{kio}$ $\frac{11\,758}{1024} = 11,5\, \text{Mio}$
8	Niveau de gris	$2^8 = 256$	$4300 \times 2800 \times 8$ $= 96\,320\,000$	92 Mio
24	RVB	$2^{24} = 17\, \text{millions}$	289 millions	275 Mio