Modes de vibration propres d'une corde

On a précédemment vu qu'un son musical était défini par :

- son timbre : impression sonore lié à la forme du son ; résulte de la superposition des différentes harmoniques.
- sa hauteur : impression sonore liée à la fréquence du son émis ; la fréquence d'un son est la fréquence de l'harmonique fondamentale.

On rappelle également que les harmoniques sont des signaux dont les fréquences sont multiples de l'harmonique fondamentale.

Dans ce chapitre, on s'intéresse plus particulièrement aux instruments à cordes.

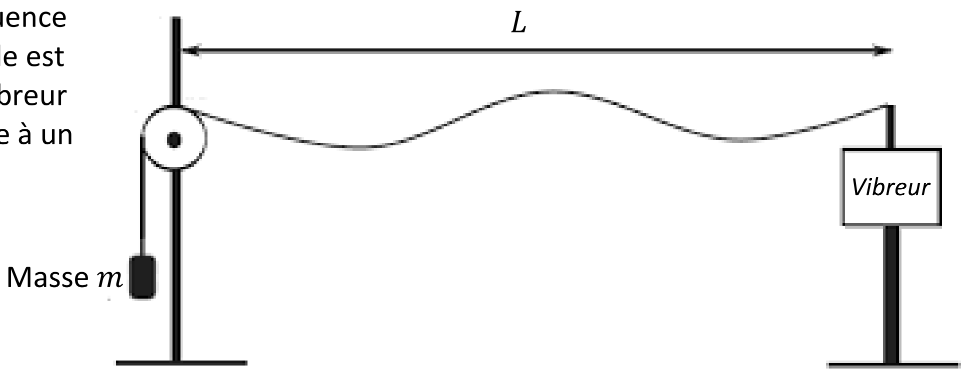
Dans un instrument à cordes, lorsqu'on pince une corde (guitare), ou qu'on la frappe (piano) ou qu'on la frotte (violon), cette corde se met à vibrer librement.
On cherche à répondre à travers cette étude à la question suivante :
Comment avec une corde pincée, frappée, ou frottée peut-elle émettre des sons de différentes hauteurs (do, ré, mi…) et de différents timbres (guitare, piano, violon) ?

I. Etude expérimentale des fréquences de vibration d'une corde

1. Dispositif expérimental :

Dans l'expérience suivante https://www.youtube.com/watch?v=LG7eKsWB4DI, on fait vibrer une corde tendue entre deux points grâce à un vibreur (à droite dans le dispositif)

On peut agir sur la fréquence de vibration F de la corde est la même que celle du vibreur et peut être réglée grâce à un générateur.

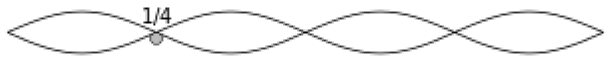


La longueur de la corde est $L = 96{,}5\ cm$
On tend la corde en accrochant une masse de $m = 200\ g$ après la poulie.

2. Expérience, observations et mesures :

On constate que lorsqu'on fait varier la fréquence de vibration de la corde, celle-ci ne vibre avec une grande amplitude que pour certaines fréquences.
Remarque : ce sont ces vibrations particulières qui prennent naissance en même temps dans la corde lorsqu'on la laisse vibrer librement après l'avoir pincée, frottée, frappée…

Relever dans le tableau suivant les fréquences qui font vibrer la corde avec les aspects représentés :

	Aspect : nombre de fuseaux	F (Hz)
	1	11,2
	2	22,4
	3	33,6
	4	44,7
	5	56,1
	6	67,3

3. <u>Analyse et interprétation :</u>

- Donner l'expression de la fréquence F_n obtenue lorsque la vibration génère n fuseaux dans la corde
  On remarque que $F_n = n \times F_1$: toutes les fréquences des vibrations générées sont des multiples de la fréquence la plus basse.

- Lorsqu'on laisse vibrer librement une corde après l'avoir pincée, frottée ou frappée, ce sont toutes ces vibrations de fréquences f_n qui prennent naissance en même temps dans la corde.
  A quoi correspondent ces différentes vibrations pour le son complexe généré par l'instrument ?
  Ces vibrations correspondent aux harmoniques du son complexe généré.

- Comment appelle-t-on la vibration qui ne génère qu'un seul fuseau ? Quelle caractéristique du son définit-elle ?
  La vibration à un seul fuseau correspond à l'harmonique fondamentale. Sa fréquence définit la hauteur du son.

- Donner le nom de la partie de l'instrument qui amplifie ou éteint certaines vibrations ? Quelle caractéristique du son définit-il ?
  C'est la caisse de résonnance qui va amplifier ou éteindre certaines vibrations. C'est elle qui définit le timbre de l'instrument.

4. <u>Accordage d'un instrument à corde</u>

L'accordage (ou « l' accord ») est l'action d'accorder un instrument de musique, c'est-à-dire son réglage pour en obtenir les notes désirées.
A partir des expériences réalisées dans la vidéo, expliquer comment on accorde un instrument à corde.

On remarque que :
- lorsque la corde est tendue par la suspension d'une masse de 200g, la fréquence fondamentale de la vibration est $F_1 = 11\ Hz$
- lorsque la corde est tendue par la suspension d'une masse de 100g (soit moins tendue), la fréquence fondamentale de la vibration est $F_1' = 7{,}7\ Hz$

Par conséquent, lorsqu'on tend la corde, la fréquence de vibration augmente et on obtient un son plus haut.
C'est donc en agissant sur la tension de la corde qu'on peut accorder l'instrument.

II. Relation entre longueur de la corde et hauteur du son :

On cherche à établir dans cette partie la relation entre la hauteur du son et la longueur de la corde.

1. Expériences et mesures

Mode opératoire :
- On utilise le même dispositif que dans le (I.).
- On modifie la longueur de la corde tout en gardant la même tension.
- On détermine la fréquence qui permet obtenir pour chaque longueur, une vibration à 1 seul fuseau

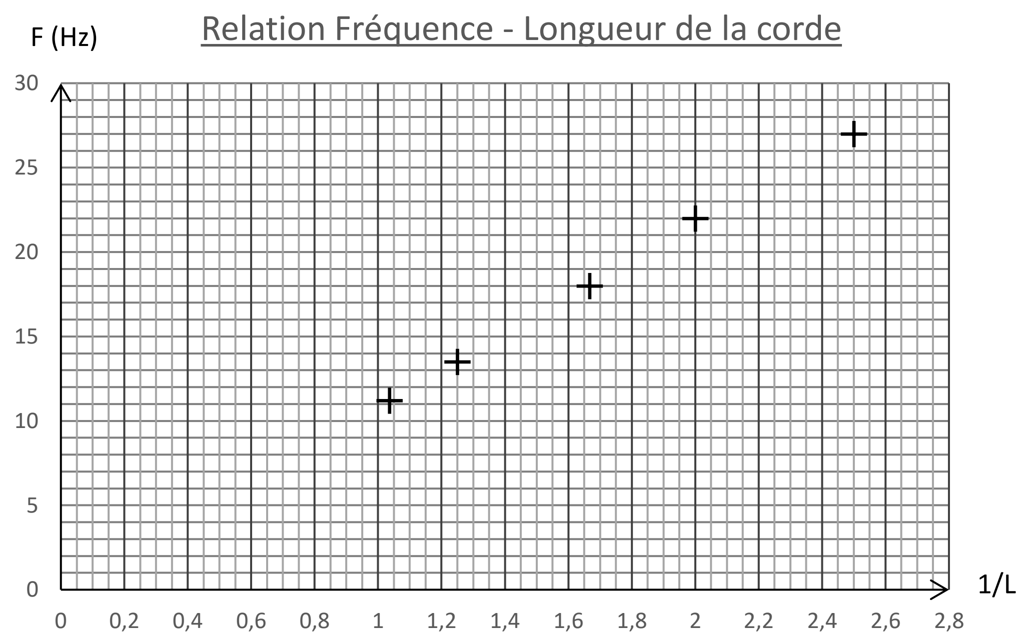
Résultats :

Longueur L de la corde (m)	0,965	0,80	0,60	0,50	0,40
F_1 (Hz)	11,2	13,5	18,0	22,0	27,0

Données supplémentaires :
La tension de la corde obtenue avec la masse de 200 g a pour valeur $T = 2,0\ N$
La corde a une masse linéique $\mu = 4,3 \times 10^{-3} kg.m^{-1}$ (1 m de corde a une masse de 4,3 g)

2. Exploitation des mesures

On a tracé le graphe représentant F en fonction de $1/L$:



En utilisant le graphique et les données de l'énoncé, montrer que la fréquence du son correspondant se calcule avec l'aide de la formule :

$$F = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

- Le graphe obtenu représente une droite qui passe par l'origine, qu'on peut modéliser par une fonction linéaire du type :

$$F = k\,.\frac{1}{L}$$

(analogie mathématiques : F correspond à y ; $1/L$ correspond à x ; on a bien $y = k\,.x$)
On en déduit donc que la fréquence est inversement proportionnelle à la longueur de la corde (ou proportionnelle à l'inverse de la longueur).

k est le coefficient directeur de cette droite (également coefficient de proportionnalité).
On peut le calculer en choisissant 2 points appartenant à la droite : $A(2{,}2\,;20)$ et $O(\,0\,;0)$

$$k = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{22}{2{,}2} = 11$$

On en déduit donc que $F = 11 \times \frac{1}{L}$

- Par ailleurs, on peut transformer la formule proposée :

$$F = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\mu}}\,.\frac{1}{L}$$

Comme les valeurs de T et μ sont constantes pour la série de mesures réalisées (même corde tendue), cette formule traduit bien ce qui a été observé à partir des données expérimentales (graphique) : la fréquence est inversement proportionnelle à la longueur de la corde :

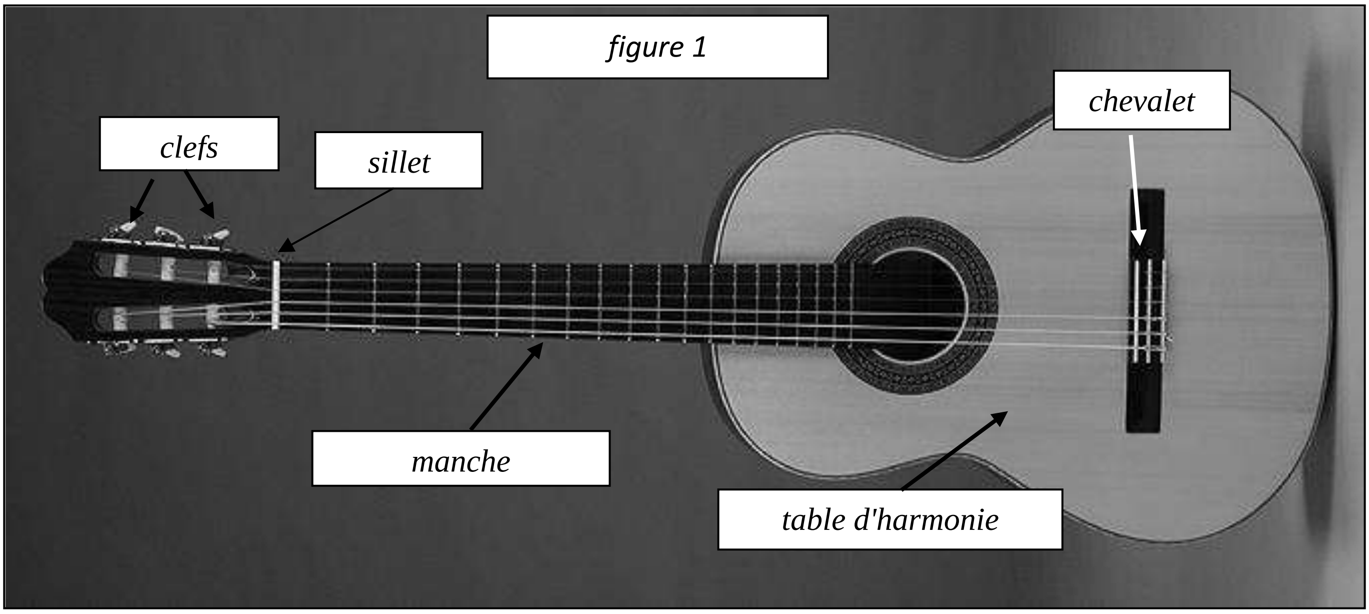
$$F = k' \times \frac{1}{L} \quad \text{ou} \quad k' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Il s'agit maintenant de vérifier que k et k' sont égaux :
à partir des données expérimentales, on a vu que $F = 11 \times \frac{1}{L}$
Calculons $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{2{,}0}{4{,}3\times10^{-3}}} = 10{,}8$
La formule théorique, pour cette corde serait donc : $F = 10{,}8 \times \frac{1}{L}$

On constate que les deux valeurs (k et k') coïncident (à moins de 2% près) ce qui permet de confirmer la formule proposée pour le calcul de la fréquence.

III. Applications : guitare

Chaque corde d’une guitare vibre "à vide" entre le sillet et le chevalet, distants d'une longueur L. Lorsque la guitare est accordée, chaque corde à vide produit, lorsqu'elle est pincée, une note correspondant à son nom. On parle alors de **corde de mi grave**, **corde de la**, **corde de sol**, etc. (voir figure 2).
Le tableau 3 précise la correspondance entre la note produite par chaque corde et la fréquence de la tension périodique mesurée par le fréquencemètre. Les différentes cordes n'ont pas toutes la même masse linéique et on peut considérer qu'elles sont toutes tendues de la même façon.



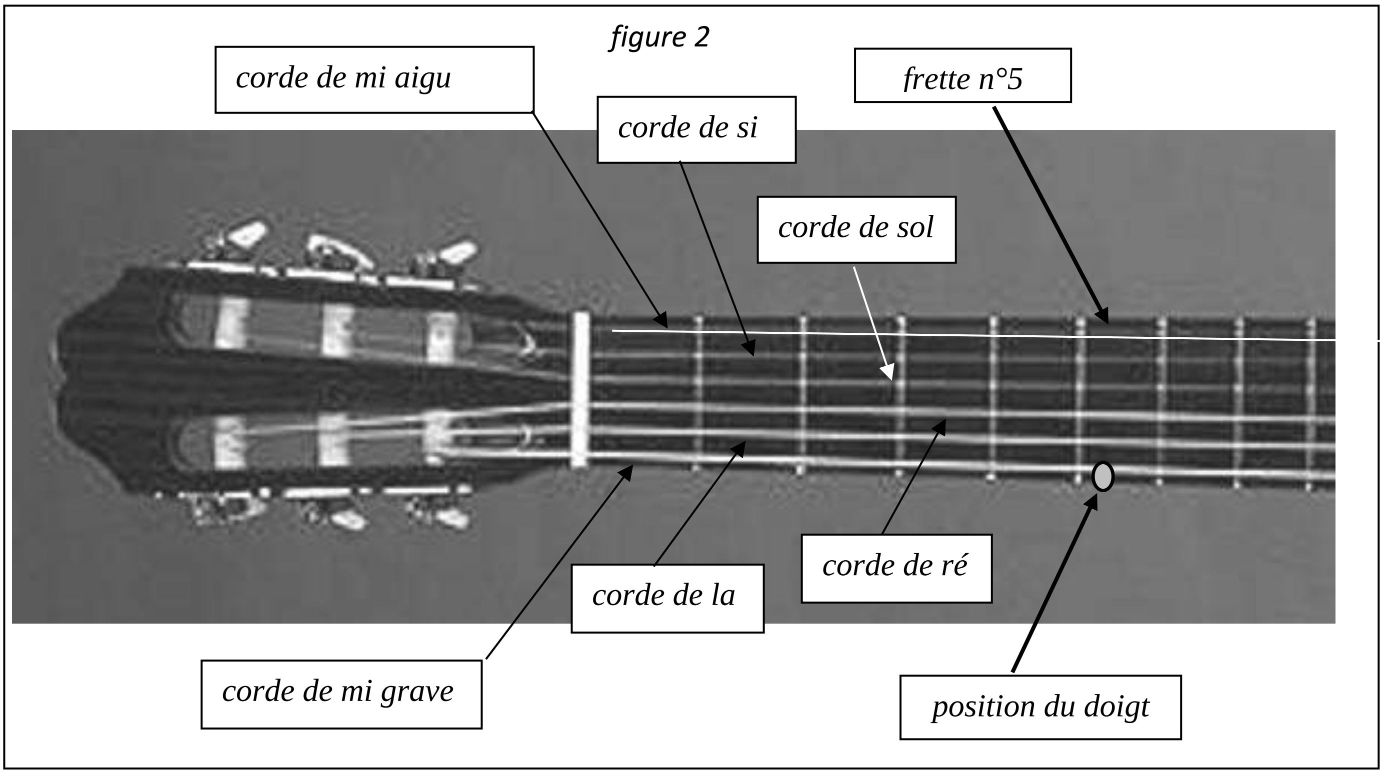
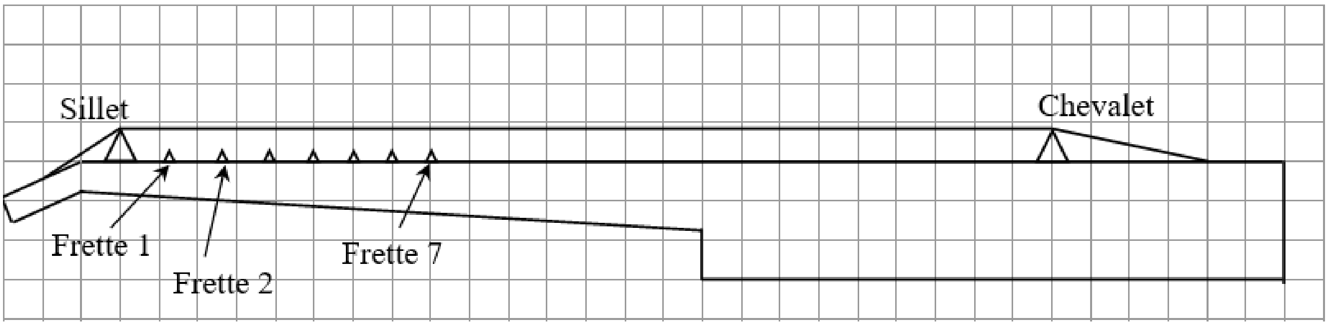


Figure 3

corde de	mi grave	la	ré	sol	si	mi aigu
fréquence (Hz)	329,63	440,00	587,33	783,99	987,77	1318,50

Figure 4



En considérant que la guitare est bien accordée, déterminer quelle note joue le guitariste lorsqu'il pince la corde en posant son doigt sur la position indiquée dans la figure 2. Vous utiliserez le résultat du TP : la fréquence de la note et proportionnelle à l'inverse de la longueur ($F = k \,.\frac{1}{L}$).